

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ

Милан Р. Лечић

**СТРУКТУРА И
СТАТИСТИЧКА СВОЈСТВА
ТУРБУЛЕНТНОГ ВИХОРНОГ
СТРУЈАЊА У ПРАВОЈ ЦЕВИ**

Београд, 2013.

**УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ**

Милан Р. Лечић

**Структура и статистичка својства
турбулентног
вихорног струјања у правој цеви**

Београд, 2013. године

Др Милан Р. Лечић, в. проф.

СТРУКТУРА И СТАТИСТИЧКА СВОЈСТВА

ТУРБУЛЕНТНОГ ВИХОРНОГ СТРУЈАЊА У ПРАВОЈ ЦЕВИ

Прво издање

Рецензенти:

Проф. др Светислав Чантрак, Машински факултет, Београд

Проф. др Мирослав Бенишек, Машински факултет, Београд

Проф. др Петар Вукославчевић, академик ЦАНУ, Машински факултет, Подгорица

Издавач:

Машински факултет, Универзитет у Београду

Краљице Марије 16, 11120 Београд 35, Србија

Тел: +381 (0)11 3370 350;

Факс: +381 (0)11 3370 364

За издавача:

Декан проф. др Милорад Милованчевић

Главни и одговорни уредник:

Проф. др Александар Обрадовић

Штампа:

ПЛАНЕТА ПРИНТ,

Рузвелтова 10,

11 000 Београд, Србија

ПРЕДГОВОР

Срж ове монографије представља анализа резултата добијених мерењем брзинског поља турбулентног вихорног струјања у правој цеви кружног попречног пресека. Мерења су реализована у оквиру рада на докторској дисертацији, под менторством проф. др Светислава Чантрака, а помоћу оригиналне сонде са загрејаним влакнима, чији је творац проф. др Петар Вукославчевић, академик ЦАНУ. Сва мерења су вршена на Машинском факултету у Београду, на постојећој инсталацији коју је направио проф. др Мирослав Бенишек. Постојећа инсталација, том приликом је обogaћена новим уређајима и неопходном опремом. Мерни штанд, опрема и уређаји, који су коришћени приликом експерименталног истраживања, овде су детаљно описани.

Резултати мерења су обрађени како у временском тако и у фреквентном домену. Детаљна анализа ових резултата указује на веома сложену структуру овог струјања.

Приказане су и анализиране расподеле аксијалне и обимске брзине као и интензитета турбуленције у аксијалном и обимском правцу. Следе моменти другог реда и корелациони моменти другог и трећег реда као и статистички моменти вишег реда за флукуације брзина у аксијалном и обимском правцу. Поред овога дата је и расподела вероватноћа флукуација аксијалних и обимских брзина, како једнодимензиона тако и дводимензиона. Дате су и аутокорелационе функције и временске интегралне и микроразмере турбуленције. Поред анализе у временском домену, приказане су и анализиране спектралне карактеристике турбулентног вихорног струјања

Сви резултати су оригинални а неки од њих су нови у литератури из ове области. У овом смислу треба истаћи да је, захваљујући специјалној геометрији сонде, остварено мерење у неколико мерних тачака добијених тик уз зид цеви, у тзв, вискозном подслоју. Зато је у монографији приказана и описана ова оригинална сонда са загрејаним влакнима. Од остале уникатне опреме дат је и аеротунел за калибрацију сонди. Сама сонда је малих димензија и слабо ремети струјно поље, што омогућује већу тачност мерених величина. Тачност повећава и, овде приказан, оригинални мерно-калибрациони поступак за тумачење сигнала сонде са два загрејана влакна.

Целокупна обрада сигнала као и добијање свих дијаграма извршени су помоћу оригиналних рачунарских програма направљених у Fortran компајлеру и у Mat Lab интерпретеру. Ради потпуности, на корист читалаца, дата је и база на основу које су формиран рачунарски програми за статистичку обраду података добијених мерењем брзинског поља.

Већи део приказаних резултата, осим у докторској дисертацији, добијен је и кроз учешће у научноистраживачким пројектима ТР-6381Б „Развој и реализација опреме, уређаја и сонди за мерење турбулентног брзинског поља флуида“, од јуна 2005.–2007. год., ТР 14046 “Истраживање и развој анемометарских сонди, мернокалибрационих поступака и оптичких метода за мерења у техничкој пракси“ (2008-2010) и ТР 35046 “Примена савремених мерних и прорачунских техника за изучавање струјних параметара вентилационих система на моделу енергетски изузетно ефикасног (пасивног) објекта“ (2011-2014). Руководилац свих ових пројеката је аутор ове монографије.

Аутор захваљује Министарству просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије, које је финансирало ове пројекте и одобрило средства за објављивање ове монографије. Такође захваљујем рецензентима и Машинском факултету Универзитета у Београду.

Садржај

1. Увод	1
1.1. Турбулентно вихорно струјање	1
1.2. Нека досадашња истраживања турбулентних вихорних струјања	2
2. Корелациона и спектрална теорија турбулентног преноса у вихорном струјању	5
2.1. Корелациона теорија турбуленције и метод статистичких момената	5
2.2. Спектрална теорија турбуленције, спектрални метод и Фуријеова анализа турбулентних поља	9
2.3. Турбулентни пренос у вихорном струјању	10
2.3.1. Једначине централних момената	11
2.3.2. Утицај вихора на процесе турбулентног преноса	12
3. Експериментална инсталација и опрема за истраживање турбулентног вихорног струјања	15
3.1. Опис мерног штанда	15
3.2. Анемометарске сонде VP-2vs	16
3.3. Мерне позиције и мерни пресек	18
3.4. Аеротунел за калибрацију анемометарских сонди	20
4. Методологија калибрације и алгоритам за тумачење сигнала сонде са два загрејана влакна	23
4.1. Калибрација сонди са загрејаним влакнима	23
4.1.1. Калибрација сонди у стационарном струјном пољу (статичка калибрација)	24
4.1.2. Калибрација сонди у квазистационарном струјном пољу (динамичка калибрација)	26
4.2. Калибрационо мерни алгоритам за тумачење сигнала сонде са два загрејана влакна	27
5. Статистичка обрада података добијених мерењем брзинског поља	31
5.1. Формирање рачунарских програма за срачунавање статистичких карактеристика турбуленције	31
5.2. Анализа распрострањања грешке мерења	39
6. Резултати мерења и њихова анализа у временском и фреквентном домену	45
6.1. Расподеле аксијалне и обимске брзине и интезитета турбуленције у аксијалном и обимском правцу	46
6.2. Моменти другог реда и корелациони моменти другог и трећег реда	50
6.3. Расподеле статистичких момената вишег реда за флукуације брзина у аксијалном и обимском правцу	56
6.4. Расподеле вероватноћа флукуација аксијалних и обимских брзина	60
6.5. Аутокорелационе функције и временске	75

размере турбуленције	86
6.6. Спектралне карактеристике вихорног тубулентног струјања	86
6.6.1. Спектри аксијалних и обимских флукуације брзине	87
6.6.2. Спектрална густина турбулентног напона	93
7. Закључак	97
Ознаке.....	101
Литература	103

Ознаке

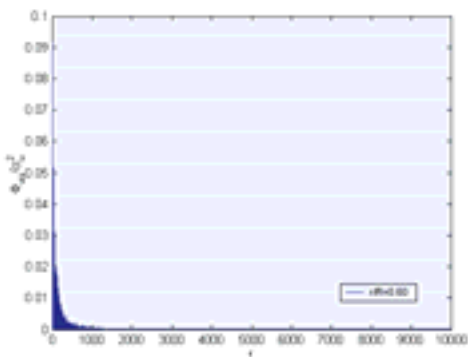
Q_{ij}	корелациони тензор другог реда
Q_{ijk}	корелациони тензор трећег реда
Φ_{ij}	спектрални тензор
φ_{ij}	једнодимензијска спектрална функција
E_{ij}	спектрална функција
$E(k)$	тродимензијски спектар (енергије)
\vec{k}	вектор таласног броја
$k = \vec{k} $	таласни број
k_i	компоненте вектора таласног броја
\tilde{u}_i	тренутна брзина у i -том правцу
U_i	статистички (временски) осредњена брзина у i -том правцу
u_i	флукуациона брзина у i -том правцу
U, V, W	временски осредњена аксијална, радијална и обимска брзина
u, v, w	флукуационе брзине у аксијалном, радијалном и обимском правцу
x, r, φ	цилиндричне координате
U_m	средња брзина
\dot{V}	запремински проток
R	полупречник цеви
D	пречник цеви
ν	кинематска вискозност
Re	Рејнолдсов број
R_{ij}	корелациони коефицијент другог реда
R_{ijk}	корелациони коефицијент трећег реда
$E\{ \}$	математичко очекивање
S_i	коефицијент асиметрије густине расподеле вероватноће флукуационе брзине u_i
F_i	коефицијент спљоштености густине расподеле вероватноће флукуационе брзине u_i
SS_i	коефицијент суперасиметрије од флукуационе брзине u_i
SF_i	коефицијент суперспљоштености
θ	јачина вихора
σ_i	интензитет турбуленције у i -том правцу
$p(u_i)$	густина расподеле вероватноће за u_i
t	време
\vec{r}	вектор положаја
τ	временски размак
$\xi = \vec{\xi} $	просторно растојање
x_i	Декартове координате

x	аксијална координата
r	радијална координата
$\vec{\xi}$	вектор растојања између две тачке
ρ	густина
ξ_i	координате вектора $\vec{\xi}$
t_E	временска микро размера турбуленције
T_E	временска интегрална размера турбуленције
l_E	просторна микро размера турбуленције
L_E	просторна интегрална размера турбуленције
l_k	размера Колмогорова
$u = u_1$	аксијална флукуациона брзина
$u = u_2$	радијална флукуациона брзина
$w = u_3$	обимска флукуациона брзина
f	фреквенција, фреквенца, учестаност
\tilde{p}	тренутна вредност притиска
P	временски осредњена вредност притиска
p	флукуације притиска
T_s	време осредњавања, тј. узорка реализације стохастичке величине
$i = \sqrt{-1}$	имагинарна јединица
$\omega = 2\pi f$	кружна фреквенција
f_s	учестаност узорковања
E	напон
$\tilde{e}(n\Delta t_s)$	напонски одбирак
Δt_s	временски корак узорковања

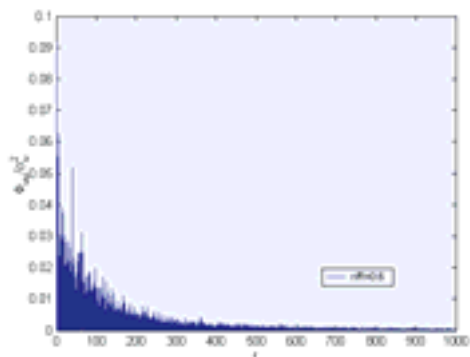
6.6. Спектралне карактеристике турбулентног вихорног струјања

Истраживање динамике турбуленције заснива се, добрим делом, како на корелационој теорији, тако и на спектралној теорији турбуленције. Турбулентно струјање, поред његових амплитудних карактеристика, карактерише спектар флукуација различитих фреквенција. При томе, механизми турбулентних процеса који обухватају генерисање кинетичке енергије турбуленције, као и њену прераспodelу између флукуационих компоненти, дисипацију и пренос, повезани су са различитим областима фреквентног спектра, а тиме и са различитим просторним и временским размерама.

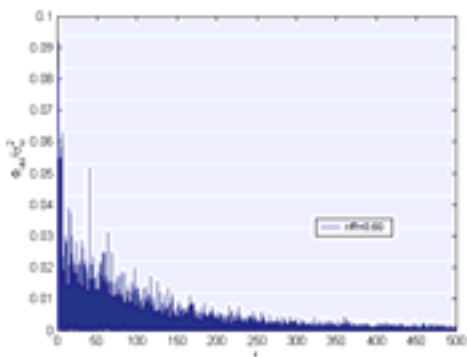
Корелационе и спектралне функције су повезане Фуријеовим трансформацијама, дефинисаним изразима (2.18) и (2.20), као и једначинама Винера – Хинчина (5.23). На тај начин се просторно временски домен пресликава у таласно – фреквентни и обратно.



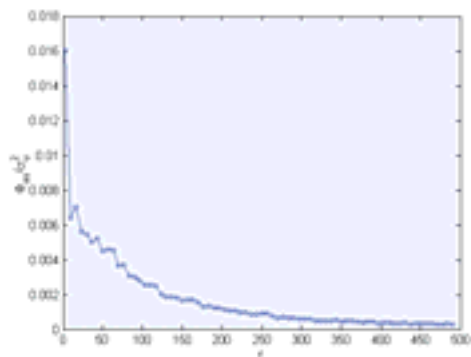
Слика 6.99.



Слика 6.100.



Слика 6.101.

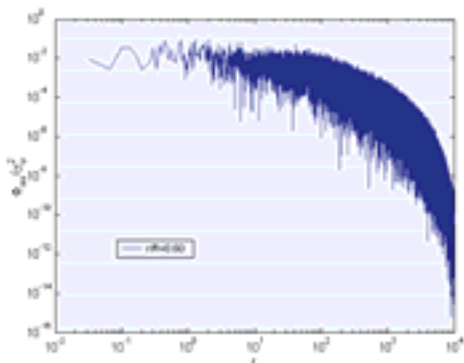


Слика 6.102.

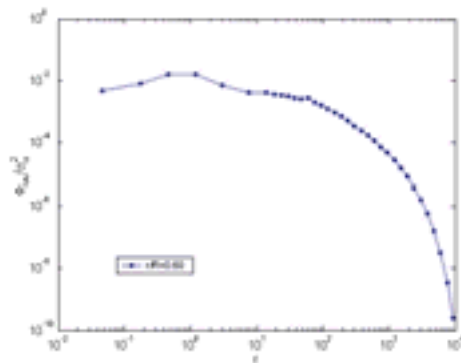
Слике 6.99.-6.102. Нормиране спектралне густине $\Phi_{uu}^* = \Phi_{uu} / \sigma_u^2$ за две различите фреквентне резолуције Δf

На сликама 6.99.-6.101. је дата зависност спектралне густине $\Phi_{uu}^* = \Phi_{uu} / \sigma_u^2$ од фреквенце f , са фреквентном резолуцијом $\Delta f = 0.3$ Hz, за различите највеће фреквенце $f[\text{Hz}] = 10000; 1000$ и 500 . Одбирци нормиране спектралне густине Φ_{uu}^* су срачунавани

посредством формула (5.28) и (5.29). На слици 6.102. је дат очигледнији и, за анализу сврсисходнији приказ зависности $\Phi_{uu}^*(f)$, са фреквентном резолуцијом $\Delta f = 6.7\text{Hz}$.



Слика 6.103.



Слика 6.104.

Слике 6.103 и 6.104. Нормирана спектрална густина $\Phi_{uu}^*(f)$ за различите фреквентне резолуције Δf

У loglog дијаграму, на слици 6.103. је приказана зависност $\Phi_{uu}^*(f)$, при чему фреквентна резолуција износи $\Delta f = 0.3\text{ Hz}$. Превелики број одбирака на овом дијаграму ремети анализу, па је зато конструисан дијаграм на слици 6.104. На овом дијаграму је спектрална густина $\Phi_{uu}^*(f)$ дата у облику знатно мањег броја одбирака правилно распоређених на неједнаким интервалима. Одбирци на мањим фреквенцама су одређени са знатно мањом статистичком тежином од одбирака на већим фреквенцама, за разлику од одбирака на слици 6.102., код којих је статистичка тежина равномерно расподељена.

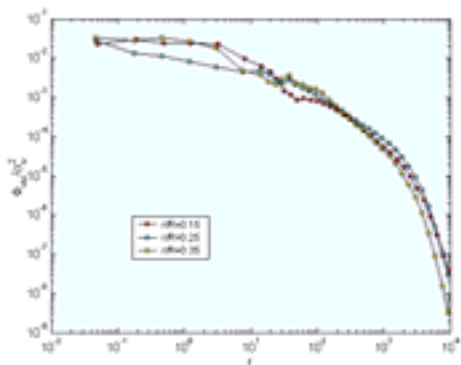
Дијаграми на сликама 6.99, 6.100, 6.101. и 6.103. су резултат програма fur_spekt_kor.m. Дијаграм са слике 6.102. је добијен помоћу програма spekt_prlin.m, а дијаграм на слици 6.104. из програма spekt_loglin.m, на начин како је објашњено у поглављу 5.1.

6.6.1. Спектри аксијалних и обимских флукуација брзине

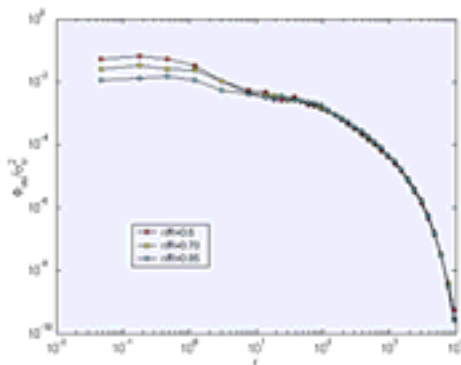
Овде се приказују и анализирају спектралне густине $\Phi_{uu}^*(f)$ и $\Phi_{ww}^*(f)$ аксијалних и обимских флукуација брзине.

На сликама 6.105.- 6.108, за четири струјне области, дате су спектралне густине $\Phi_{uu}^*(f)$ аксијалних флукуација. При ниским фреквенцијама, изазваним кретањем вртлога великих размера, у појединим деловима језгра, основног струјања и области зида, уочавају се велике вредности нормиране спектралне густине $\Phi_{uu}^*(f)$. Ово је у сагласности са расподелама статистичких карактеристика датих на сликама 6.18, 6.51. и 6.73.

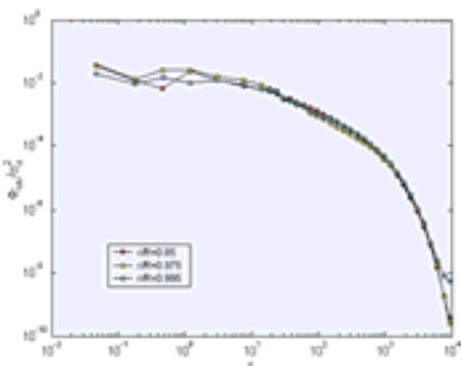
У струјним областима са брзим опадањима временских корелационих кривих (слика 6.52), спектри имају веће вредности у области високих фреквенција, као што се види на слици 6.108.



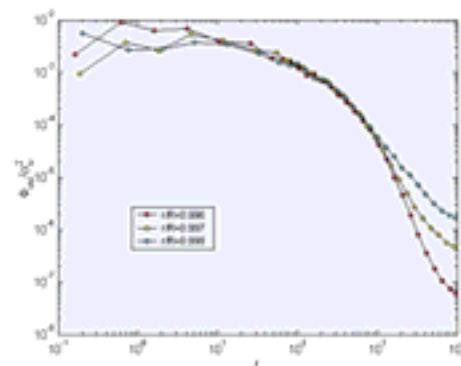
Слика 6.105.



Слика 6.106.



Слика 6.107.



Слика 6.108.

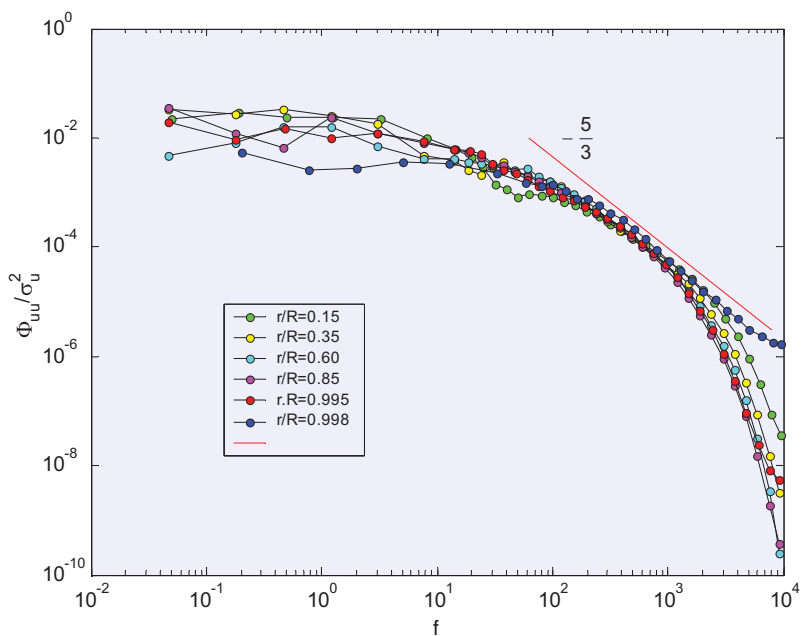
Слике 6.105.- 6.108. Спектралне густине $\Phi_{uu}^*(f) = \Phi_{uu}(f) / \sigma_u^2$ у различитим областима мерног пресека цеви

На слици 6.109. се уочава велика разлика између вредности спектралних густина, у мерним тачкама $r/R = 0.15$ и $r/R = 0.998$, при малим фреквенцијама. Остале спектралне криве су у појасу између ове две граничне спектралне криве. Највеће вредности спектралних густина при високим фреквенцијама су за мерну тачку $r/R = 0.998$, тј. $y = 0.4$ mm. У инерцијалној области спектра, спектралне криве су блиске и на извесном делу имају заједничку тангенту нагиба $-5/3$.

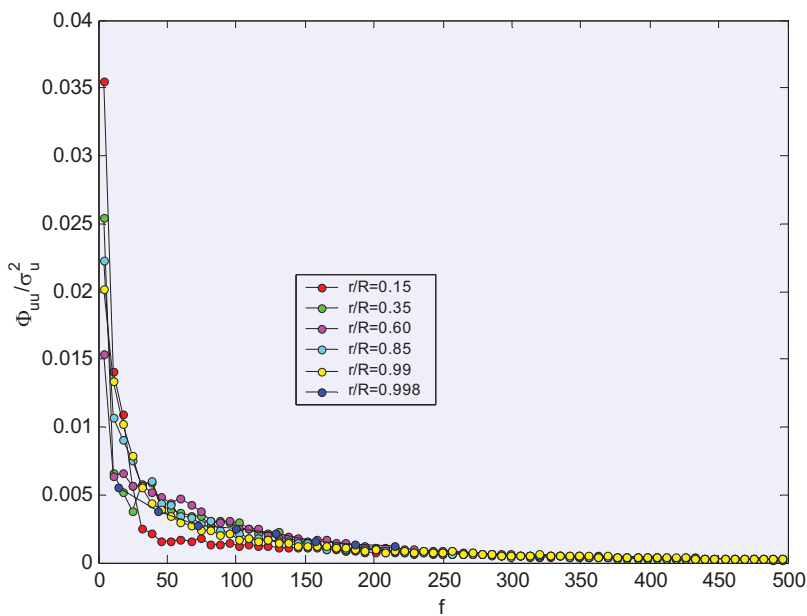
Кумулативна расподела енергија фреквенција је пропорционална површини испод одговарајућих спектралних кривих приказаних на слици 6.110.

Дијаграми спектралних густина Φ_{ww}^* у областима језгра, смицајног слоја, основног струјања и зида, дати су на сликама 6.111-6.114. Нормирана спектрална густина $\Phi_{ww}^* = \Phi_{ww} / \sigma_w^2$ се срачунава према формулама (5.28) и (5.29), као и $\Phi_{uu}^*(f)$.

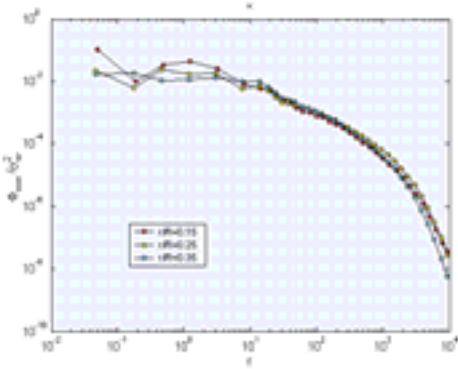
Карактеристике ових расподела су сличне карактеристикама расподела спектралних густина аксијалних флукуација.



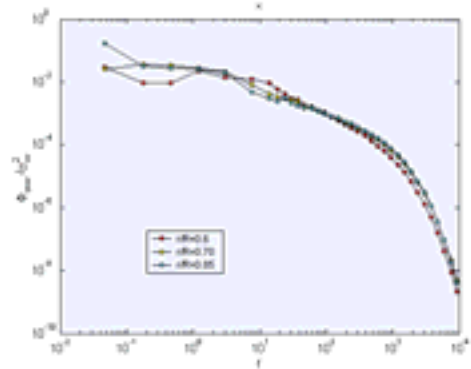
Слика 6.109. Распореда спектралне густине $\Phi_{uu}^*(f)$ у карактеристичним тачкама мерног пресека



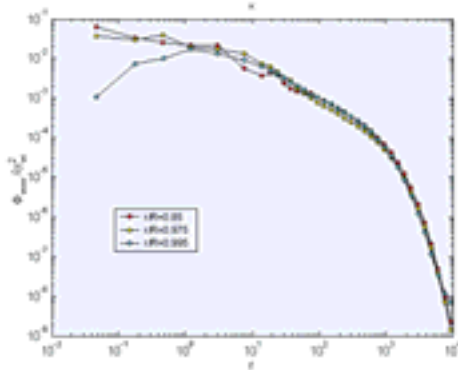
Слика 6.110. Спектрална густина са слике 6.109. у области нижих фреквенца



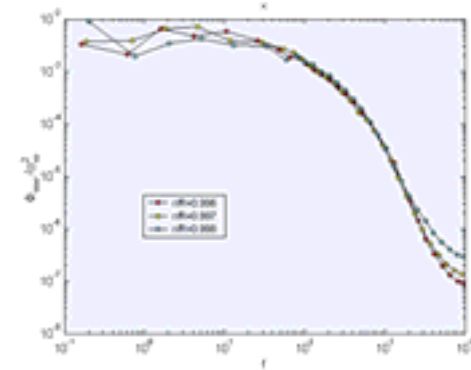
Слика 6.111.



Слика 6.112.

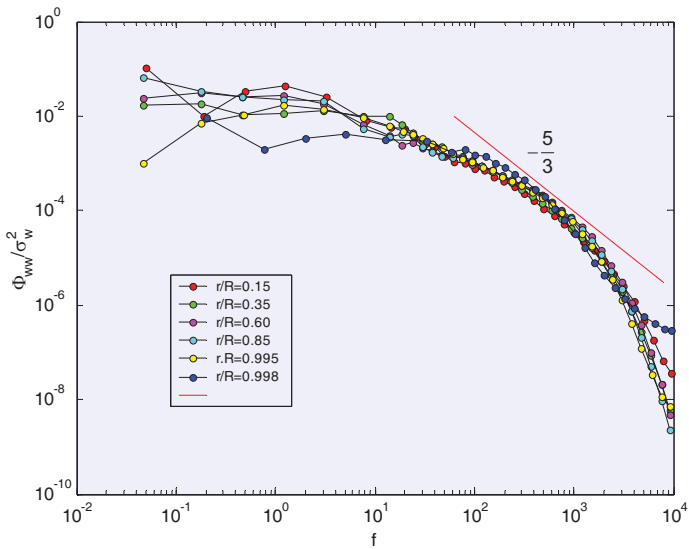


Слика 6.113.

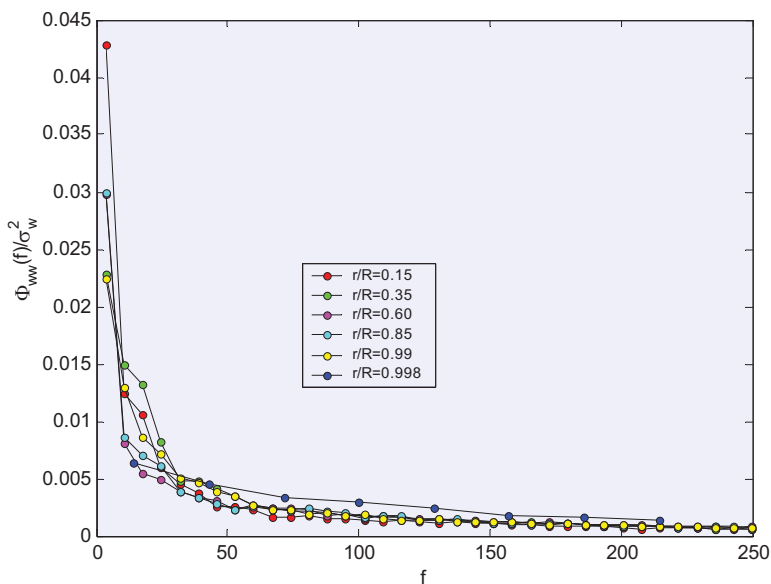


Слика 6.114.

Слике 6.111. – 6.114. Распредела спектралних густина $\Phi_{ww}^*(f) = \Phi_{ww}(f) / \sigma_w^2$ у различитим областима мерног пресека цеви



Слика 5.115. Распредела спектралне густине $\Phi_{ww}^*(f)$ у карактеристичним мерним тачкама

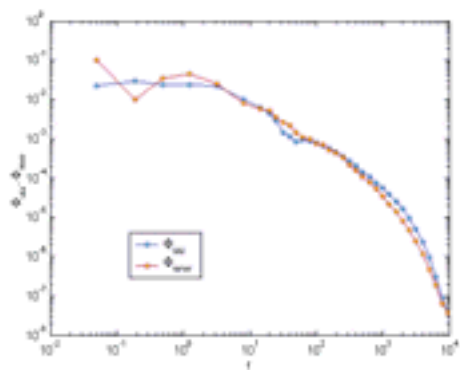


Слика 6.116. Спектрална густина $\Phi_{ww}^*(f)$ са слике 6.115. у области мањих учестаности

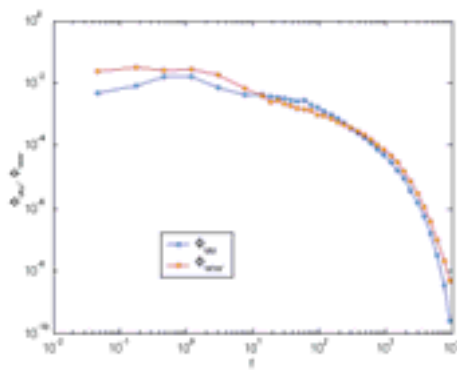
Дијаграм спектралних густина Φ_{ww}^* у различитим мерним тачкама је приказан на слици 6.115. Поредећи дијаграме 6.115. и 6.109, уочава се разлика спектралних густина Φ_{uu}^* и Φ_{ww}^* у областима средњих и високих фреквенција. Због релативно малих вредности Рејнолдсовог броја, фреквентни домен инерцијалне области је узак.

На дијаграму 6.116, као и на дијаграму 6.110, запажа се да је највећи део енергије распоређен у области малих фреквенција до 250 Hz.

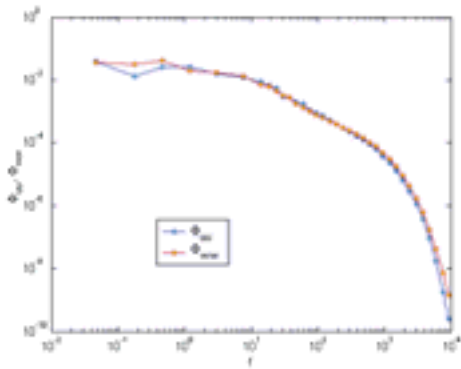
Ради поређења спектралних густина Φ_{uu}^* и Φ_{ww}^* у тачкама језгра, основног струјања и области зида, дати су дијаграми на сликама 6.117. - 6.120. Са ових дијаграма се уочавају међусобне разлике спектралних густина Φ_{uu}^* и Φ_{ww}^* , при чему су у области већих вртложних структура разлике израженије. Ову анизотропност турбулентног флукуационог поља потврђује и дијаграм 6.5.



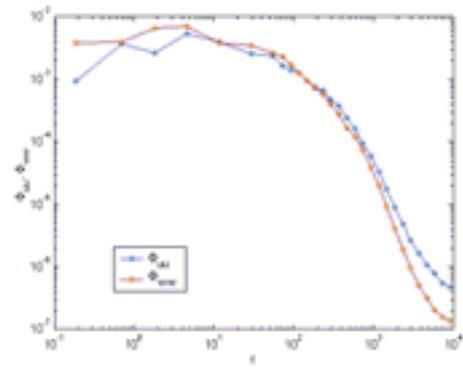
Слика 6.117. $r/R=0.15$



Слика 6.118. $r/R=0.60$



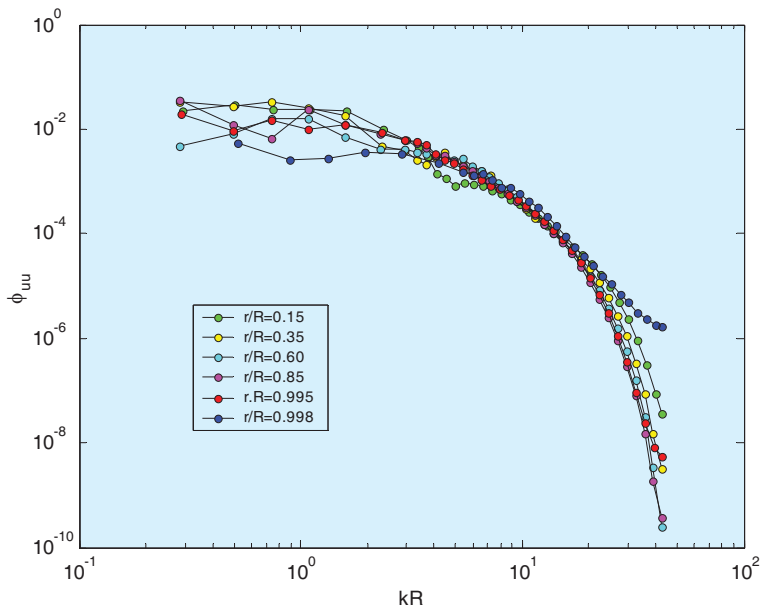
Слика 6.119. $r/R=0.97$



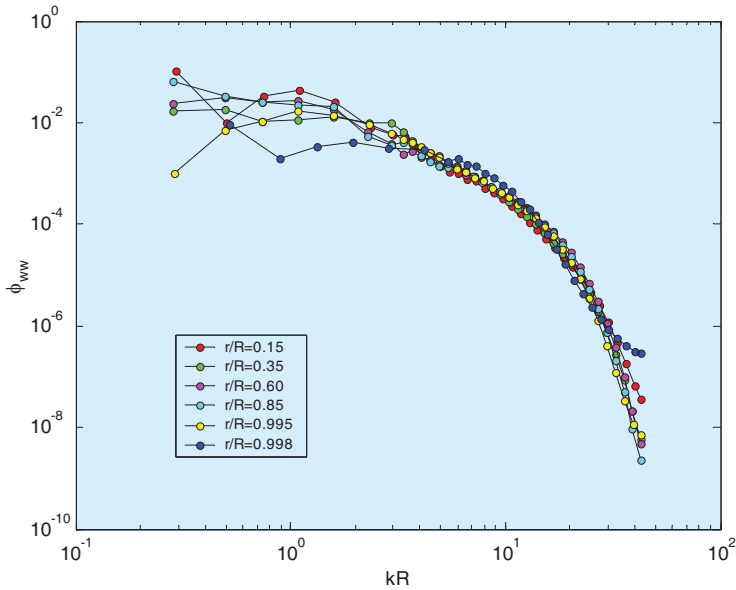
Слика 6.120. $r/R=0.997$

Слике 6.117. – 6.120. Спектралне густине $\Phi_{uu}^*(f)$ и $\Phi_{ww}^*(f)$ у карактеристичним мерним тачкама језгра ($r/R = 0.15$), основног струјања ($r/R = 0.60$) и зидне области ($r/R = 0.97$ и $r/R = 0.997$)

На сликама 6.121. и 6.122. приказане су расподеле једнодимензионах спектралних густина $\phi_{uu}(k_x)$ и $\phi_{ww}(k_\varphi)$, у функцији одговарајућих таласних бројева $k_x = 2\pi f/U$ и $k_\varphi = 2\pi f/W$. Обе ове спектралне густине су дефинисане изразом (2.22).



Слика 6.121. Расподела спектралне густине $\phi_{uu}(k_x)$ по таласним бројевима k_x , у карактеристичним тачкама мерног пресека



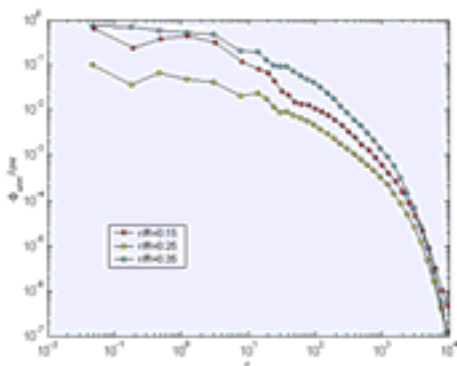
Слика 6.122. Распореда спектралне густине $\varphi_{ww}(k_p)$ по таласним бројевима k_p , у истим мерним тачкама као на слици 6.121.

6.6.2. Спектрална густина турбулентног напона

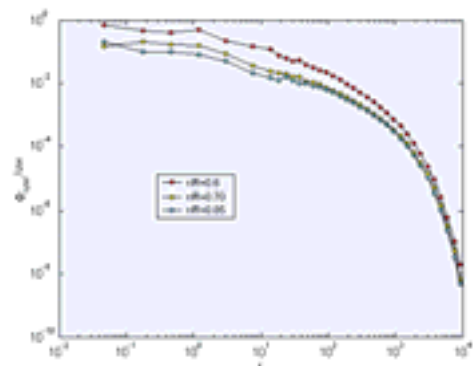
Поред спектралних густина нормалних напона, овде се дијаграмски приказује и спектрална густина смицајног напона \overline{uw} . Нормирана спектрална густина $\Phi_{uw}^* = \Phi_{uw} / \overline{uw}$ се срачунава преко једначина (5.27) и (5.29).

Временски запис сигнала је дат на сликама 6.47.а и 6.48.а, док је узајамна вероватноћа дата на сликама 6.40 – 6.48.

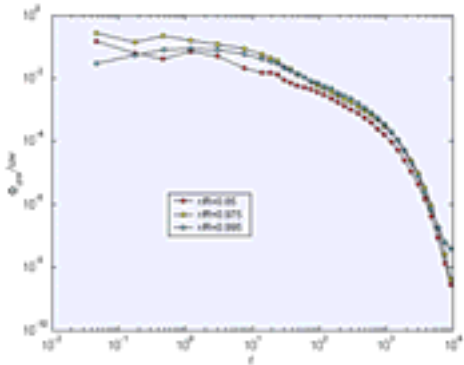
Са слика 6.123.-6.129, уочава се разлика између спектралних кривих Φ_{uw}^* у свим тачкама попречног пресека, више него у случају спектралних кривих Φ_{uu}^* и Φ_{ww}^* . Ова разлика је најизраженија у области крупних вртложних структура по целом мерном пресеку. У зидној области анизотропност је изражена и код малих вртлога.



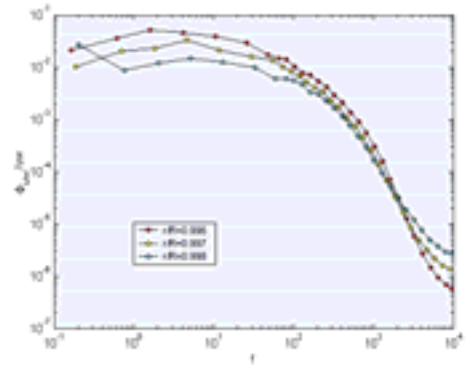
Слика 6.123.



Слика 6.124.

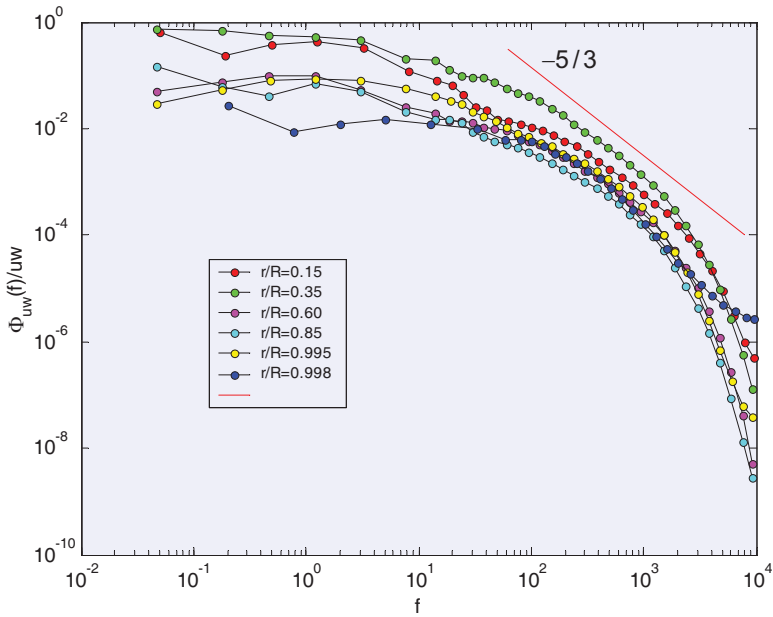


Слика 6.125.

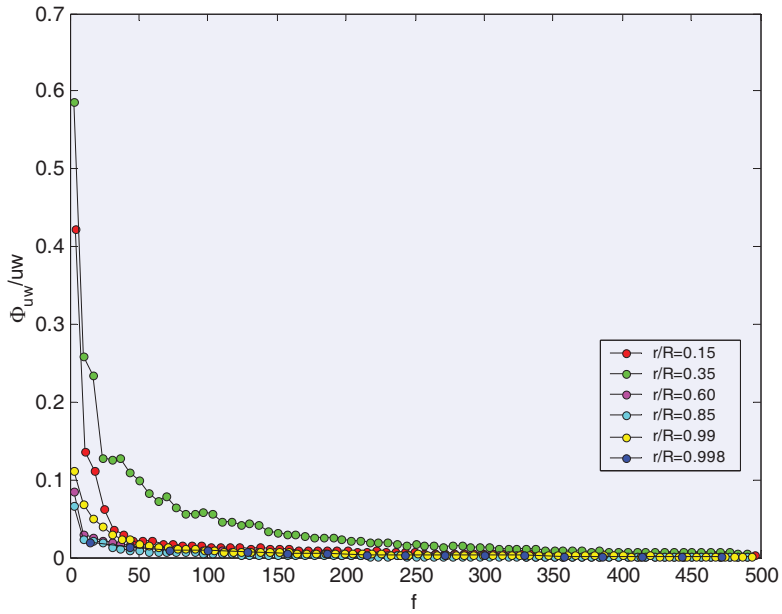


Слика 6.126.

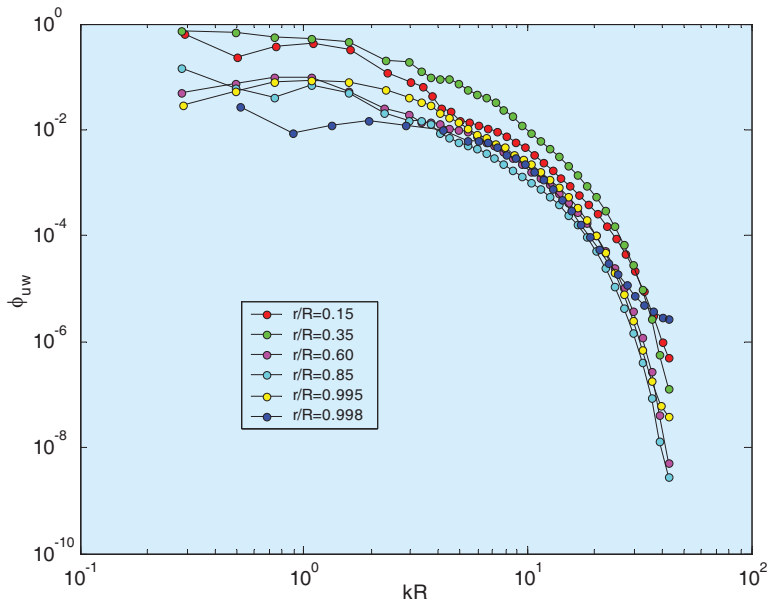
Слике 6.123. – 6.126. Спектрална расподела $\Phi_{uw}^* = \Phi_{uw} / \overline{uw}$ корелационог момента \overline{uw} у области језгра, смицајном слоју, основном струјању и зидној области.



Слика 6.127. Спектралне густине Φ_{uw}^* корелационе функције \overline{uw} у карактеристичним тачкама мерног пресека



Слика 6.128. Приказ спектралних расподела са слике 6.127. у области мањих учестаности



Слика 6.129. Расподела спектралне густине $\phi_{uw}(k)$ по таласним бројевима $k = 2\pi f / \sqrt{U^2 + W^2}$ у карактеристичним тачкама мерног пресека

Са слика 6.127–6.129. се запажа да се инерцијална област распростире преко уског појаса фреквенција, односно таласних бројева.

Велика корелисаност аксијалних и обимских турбулентних флукуација брзине у области малих фреквенци и конвекција у овој области анизотропне турбуленције знатно више доприносе преносу импулса, код спектралне криве за $r/R = 0.15$, него код спектралне криве у тачки $r/R = 0.998$ (слике 6.127. и 6.129).

На основу обављених истраживања закључује се да је структура турбулентног вихорног струјања изузетно сложена и да се механизам турбулентног преноса карактерише анизотропношћу, нелокалношћу и интермитенцијом.