

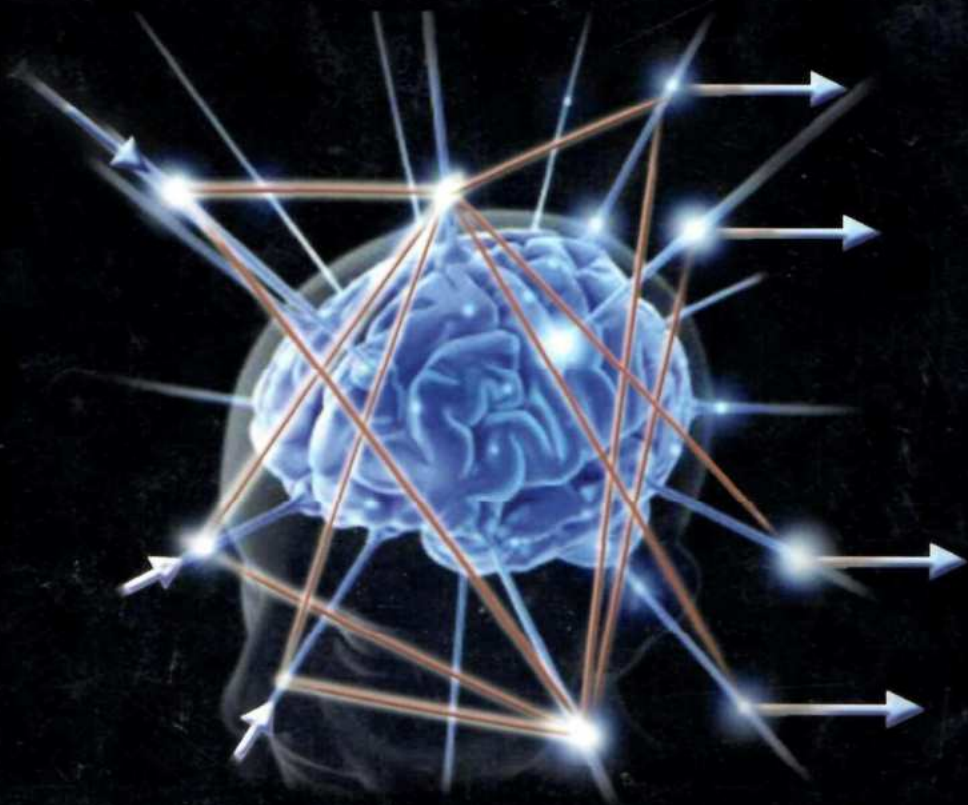
UNIVERZITET U BEOGRADU  
MAŠINSKI FAKULTET

ZORAN MILJKOVIĆ

DRAGAN ALEKSENDRIĆ

VEŠTAČKE  
**NEURONSKE** MREŽE

ZBIRKA REŠENIH ZADATAKA SA IZVODIMA IZ TEORIJE



Beograd, 2009. godine

**UNIVERZITET U BEOGRADU – MAŠINSKI FAKULTET**

**Zoran Miljković    Dragan Aleksendrić**

# **VEŠTAČKE NEURONSKE MREŽE**

**zbirka rešenih zadataka sa izvodima iz teorije**

**Beograd, 2009. godine**

Autori:

Dr Zoran Miljković, vanr. profesor

Dr Dragan Aleksendrić, docent

## **VEŠTAČKE NEURONSKE MREŽE**

**Zbirka rešenih zadataka sa izvodima iz teorije**

**I izdanje**

*Recenzenti:*

Prof. dr Bojan Babić

Prof. dr Branko Vasić

*Izdavač:*

UNIVERZITET U BEOGRADU-  
MAŠINSKI FAKULTET

11120 Beograd 35, Kraljice Marije 16,

Telefon: 011 3370 350 i 3302 384

Faks: 011 3370 364

*Za izdavača:*

Dekan, prof. dr Milorad Milovančević

*Glavni i odgovorni urednik:*

Prof. dr Aleksandar Obradović

Odobreno za štampanje odlukom Dekana Mašinskog fakulteta  
u Beogradu br.136/09 od 01. novembra 2009. godine.

*Štampa:*

**Planeta print**

11000 Beograd, Ruzveltova 10, tel.: 011 3088 129

*Tiraž:* 300 primeraka

ISBN 978-86-7083-685-3

**Preštampavanje ili fotokopiranje nije dozvoljeno**

## PREDGOVOR

Uvođenje veštačke inteligencije u oblast tehnike postaje imperativ u projektovanju i razvoju tehničkih sistema početkom novog milenijuma. Veštačko neuronske mreže, kao jedna od tehnika veštačke inteligencije, predstavljaju dobru osnovu za razvoj budućih inteligentnih sistema, odnosno funkcionalnu aproksimaciju rada kompleksnih sistema gde postoji složena sinergija uticaja na njihove ukupne izlazne performanse. Nema sumnje da će izgradnja i integracija inteligentnih sposobnosti sistema u tehnici, kao važan deo njihovog budućeg upotrebnoq kvaliteta, postati jedan od prioritentnih zadataka koji će biti postavljen pred inženjere 21. veka. Zbog toga je ova zbirka rešenih zadataka sa izvodima iz teorije imala za cilj da spoji teorijske i praktične aspekte primene veštačkih neuronskih mreža u rešavanju problema u tehnici različitog stepena složenosti. U zbirci su posebno potencirani postupci stvaranja inteligentnih neuronskih modela koji su sposobni da uče i predviđaju moguće uticaje promene posmatranih ulaznih veličina na izlazne performanse sistema.

Razvoj neuronskih modela različitog nivoa inteligentnosti, odnosno različitih sposobnosti predviđanja budućeg ponašanja posmatranih sistema, predstavlja deo pokušaja uvođenja inovativnih pristupa, usmerenih ka rešavanju problema u tehnici. Upravo odstupanjem od nekih tradicionalnih metoda i pristupa u opisivanju rada sistema u tehnici, u ovoj zbirci rešenih zadataka se pokazuje da je moguće uvesti inteligentne načine da se opišu i razumeju neodređeni problemi koje je do sada bilo gotovo nemoguće analitički opisati. Posebno je važno istaći da su zadaci u ovoj zbirci bazirani na realnim podacima i istraživanjima koja su predmet interesovanja autora. Autori iskreno veruju da način na koji je ova zbirka koncipirana omogućava da objašnjeni principi i postupci primene veštačkih neuronskih mreža mogu biti iskorišćeni i u drugim slučajevima i problemima koji ne pripadaju samo oblasti tehnike.

Autori duguju posebnu zahvalnost recenzentima ove zbirke rešenih zadataka sa izvodima iz teorije, prof. dr Bojanu Babiću i prof. dr Branku Vasiću, na dragocenim sugestijama koje su uticale na poboljšanje kvaliteta ove zbirke. Pored toga, autori duguju zahvalnost i svojim saradnicima, studentima doktorskih studija, Velimiru Ćiroviću i Najdanu Vukoviću na izuzetnoj pomoći u pripremi i čitanju teksta, kao i na korisnim sugestijama. Takođe se zahvaljuju i mr Ivanu Lazareviću na dugogodišnjoj saradnji u razvoju softvera BPnet i ART Simulator, kao i na usavršavanju BPnet-a tokom implementacije u inteligentnim tehnološkim sistemima specifičnih fabričkih postrojenja.

Autori pozivaju sve čitaoce ove knjige da, svojim sugestijama, primedbama i ukazivanjima na eventualne greške, pomognu u poboljšanju sledećeg izdanja.

Beograd, novembar 2009. godine

AUTORI

Vekovima unazad, pristup naučnika pri razumevanju pojedinih fizičkih procesa, uglavnom se oslanjao na uspostavljanje matematičkih modela procesa, rešavanje jednačina kretanja, kao i na interpretaciju ponašanja i karakteristika procesa. Matematički modeli, sami po sebi, mogu da odražavaju fizičke zakone koji su često interpretirani i u obliku diferencijalnih jednačina. Ovi modeli mogu da budu korišćeni tako da opišu ponašanje i osobine nekog procesa za date početne uslove. Pokušaj da se objasni i razume priroda njenim opisivanjem pomoću matematičkih jednakosti, bio je veoma uspešan. Zakoni kao što je Njutnov i dr. su obuhvatili fundamentalne istine u obliku jednačina. Uprkos postignutim uspesima uvođenjem jasnih matematičkih zakonitosti, neki procesi ne mogu biti tako lako objašnjeni zakonima ili modelima koji su eksplicitno dati u analitičkom obliku. Na primer, po kojem zakonu je moguće uzeti nečiji potpis kao ulaz i dobiti na izlazu potvrdu da li je taj potpis validan ili ne. Ovakva veza nije obuhvaćena i opisana svim do sada poznatim zakonima, ali to ne znači da ne postoji neka složena matematička funkcija koja može opisati nečiji potpis. Upravo zbog toga, da bi se utvrdilo koja je to funkcija, neophodno je ići mnogo dalje od tradicionalnog pristupa u razumevanju i rešavanju takvih neodređenih problema.

Veštačke neuronske mreže mogu da uče, da se prilagode okruženju problema koji se razmatra, da ustanove „model“ u situacijama kada su pravila nepoznata i/ili su neodređena i/ili nepotpuna. Veštačke neuronske mreže kao univerzalni aproksimator funkcija predstavljaju računsku paradigmu koja se bazira na paralelnom procesiranju po ugledu na ljudski mozak. One sadrže veštačke neurone koji su međusobno povezani u jednu „ogromnu“ paralelnu strukturu. Snaga veštačkih neuronskih mreža leži u tome da su sposobne da predstavie opštu vezu ili funkciju, kao i u njihovoj sposobnosti da nauče ove veze direktno iz eksperimentalnih podataka. Zbog toga veštačke neuronske mreže, kao proračunski alat, mogu pomoću analitičkih i/ili eksperimentalnih podataka, da modeliraju ponašanje složenih sistema sa većim brojem uticajnih veličina čiji su efekti, kako pojedinačnih tako i sinergijskih uticaja, nepoznati i/ili nepotpuni i/ili teško predvidivi. Ovo je važno jer je u rešavanju problema u tehnici često potrebno inteligentno okruženje koje ima izgrađeno „kreativno“ ponašanje. Kreativnost se u veštačkoj inteligenciji može dovesti u kontekst sa sposobnošću predviđanja ponašanja posmatranih sistema, posebno onih koji se odlikuju složenim i stohastičkim promenama koje određuju njihove izlazne performanse.

U ovoj knjizi su, kroz primere, pokazane mogućnosti veštačkih neuronskih mreža, kao tehnike veštačke inteligencije, u modeliranju i predviđanju vrlo složenih uticaja na rad sistema koji se odlikuju kompleksnim sinergijskim dejstvima slučajnog karaktera kao što su rad kočnice motornih vozila, „istraživanje“ tehnološkog okruženja mobilnog robota, itd. Takođe, kroz više primera u knjizi, može da se uoči sinergijsko dejstvo značajnog broja uticajnih komponenti složenog sistema inteligentnog upravljanja mobilnim robotom koji radi u nepoznatom i/ili delimično poznatom tehnološkom okruženju, što ima za cilj da pokaže kako se veštačke neuronske mreže koriste u rešavanju ovako kompleksnih problema u tehnici.

U ovoj zbirci rešenih zadataka sa izvodima iz teorije, prikazana je multidisciplinarna primena veštačkih neuronskih mreža, sa osnovnom idejom ilustracije njihove primene za veliki broj problema koji se javljaju u inženjerskoj praksi. S obzirom da je u uvodnom delu zbirke naglašeno da modeliranje problema primenom veštačkih neuronskih mreža može biti prilično kompleksno, ova knjiga će se zato ograničiti na probleme koji su najčešće prisutni u nastavničkom i naučno-istraživačkom radu autora. U tom smislu, sve zadatke u okviru ove zbirke treba shvatiti isključivo kao primere u kontekstu osnovnih domena primene veštačkih neuronskih mreža, kao što su: klasifikacija, funkcionalna aproksimacija i predikcija. U nekim zadacima, demonstrirana je primena veštačkih neuronskih mreža za modeliranje izlaznih performansi koje se ostvaruju u toku rada kočnica motornih vozila, preko primera vezanih za prepoznavanje objekata na slici u okviru scene, do primera koji su usko vezani za projektovanje mobilnih robota.

# SADRŽAJ

1.	UVOD I TEORIJSKE OSNOVE .....	1
1.1	UVODNA RAZMATRANJA.....	1
1.2	NEURONSKI MODELI.....	10
1.3	FORMIRANJE VEŠTAČKIH NEURONSKIH MREŽA .....	13
1.4	PRINCIP RADA VEŠTAČKIH NEURONSKIH MREŽA .....	15
1.4.1	Aktivacione funkcije neurona.....	18
1.4.1.1	Linearna aktivaciona funkcija .....	18
1.4.1.2	Binarna aktivaciona funkcija.....	18
1.4.1.3	Sigmoidna aktivaciona funkcija .....	19
1.5	OBUČAVANJE VEŠTAČKIH NEURONSKIH MREŽA .....	21
1.6	KONVERGENCIJA GREŠKE I TRAŽENJE GLOBALNOG MINIMUMA.....	24
1.7	ARHITEKTURA MREŽE I BROJ OBUČAVAJUĆIH PAROVA.....	29
1.8	KVALITET GENERALIZACIJE UČENJA NEURONSKE MREŽE .....	32
1.9	ALGORITMI OBUČAVANJA VEŠTAČKIH NEURONSKIH MREŽA .....	35
1.9.1	Gradijentni postupak .....	37
1.9.2	Metoda najmanjih kvadrata. Sistem normalnih jednačina.....	41
1.9.3	Vidrou – Hofovo pravilo obučavanja .....	42
1.9.4	Njutn – Rafsonov metod.....	43
1.9.5	Levenberg – Markeov algoritam učenja .....	45
1.9.6	Efikasan način određivanja gradijenta funkcije cilja u odnosu na ulazni vektor – „backpropagation” .....	46
2.	ZADACI .....	49
	Zadatak br. 1: <i>Klasifikacija uzoraka primenom veštačke neuronske mreže sa prostiranjem signala unapred</i> .....	50
	Zadatak br. 2: <i>Prepoznavanje cifara</i> .....	59
	Zadatak br. 3: <i>Primena veštačkih neuronskih mreža u cilju predikcije očitavanja ultrazvučnih senzora bliskosti prilikom kretanja mobilnog robota</i> .....	74
	Zadatak br. 4: <i>Prepoznavanje cifara primenom nenadgledanog mašinskog učenja i ART-1 veštačke neuronske mreže</i> .....	80
	Zadatak br. 5: <i>Klasifikacija izgleda okruženja mobilnog robota primenom veštačkih neuronskih mreža</i> .....	94
	Zadatak br. 6: <i>Funkcionalna aproksimacija rada tehničkog sistema sa jednim ulazom i jednim izlazom</i> .....	100
	Zadatak br. 7: <i>Funkcionalna aproksimacija rada tehničkog sistema sa dva ulaza i jednim izlazom</i> .....	<a href="#">122</a>
	Zadatak br. 8: <i>Razvoj neuronskog modela maksimalnih performansi disk kočnice</i> .143	
	Zadatak br. 9: <i>Razvoj neuronskog modela opadanja efikasnosti disk kočnice</i> .....	156
	Zadatak br. 10: <i>Razvoj neuronskog modela obnavljanja efikasnosti disk kočnice</i> . 166	
3.	PRILOG .....	177

3.1 UPUTSTVO ZA RAD SA VEŠTAČKIM NEURONSKIM MREŽAMA U PROGRAMSKOM PAKETU MATLAB .....	177
3.2 UPUTSTVO ZA KORIŠĆENJE SOFTVERA BP-net .....	197
3.3 UPUTSTVO ZA KORIŠĆENJE SOFTVERA ART SIMULATOR .....	217
4. LITERATURA.....	223

## 2. ZADACI



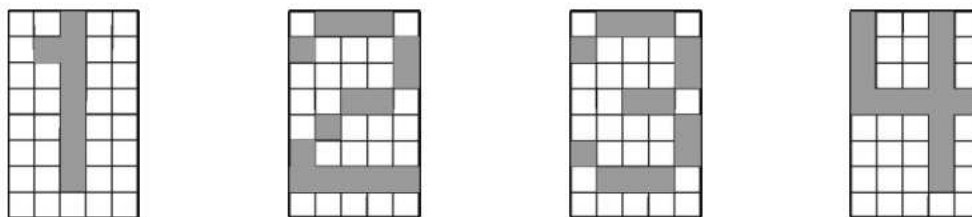
Rešavanje problema primenom veštačkih neuronskih mreža predstavlja proces određivanja odgovarajuće strukture veštačke neuronske mreže, sa pripadajućim vrednostima težinskih koeficijenata, koja će biti u stanju da izvrši željeno preslikavanje iz ulaznog u izlazni vektorski prostor. Međutim, sam proces određivanja optimalne strukture veštačke neuronske mreže može da bude dugotrajan i komplikovan. Naime, iako postoje izvedeni matematički modeli koji određuju kriterijume odlučivanja, ipak se proces izbora validnog opšteg modela ne može u potpunosti definisati. Izbor optimalne strukture veštačke neuronske mreže, nakon sprovedenog procesa obučavanja, može biti matematički formulisan, ali sa druge strane, naknadno procesiranje generisanih izlaza u formi poređenja sa željenim izlazom je više nego poželjno. Najvažnija karakteristika veštačke neuronske mreže je njena sposobnost da, na unapred definisan način, izvrši preslikavanje iz ulaznog prostora u izlazni prostor pri čemu treba da budu zadovoljeni kriterijumi koji su prethodno postavljeni. U tom smislu će se, da bi se u potpunosti sagledao proces učenja veštačkih neuronskih mreža, izbor njene arhitekture i odabir njene optimalne strukture, procesa učenja, validacije i testiranja, demonstrirati putem rešavanja odgovarajućih zadataka u ovom poglavlju.



## 2.1. ZADATAK BR. 2: Prepoznavanje cifara.

U mnogim tehničkim problemima potrebno je razviti i implementirati sisteme koji na osnovu odgovarajućih algoritama mogu da prepoznaju cifre. Jedan od arhetipskih primera je unutrašnji transport sirovina, gotovih delova i materijala u industrijskim postrojenjima. Naime, trakasti transporteri primenjuju se u cilju transporta objekata (obradaka, gotovih delova, sirovina itd.) od jednog podsistema do drugog podsistema. Prilikom procesa transporta, moguće je preusmeravati objekte transporta na druge transportere. U tom slučaju neophodno je imati odgovarajući identifikacioni kod svakog od objekata koji je, naravno, kombinacija osnovnih cifara (0-9). Da bi sistem bio u stanju da prepozna identifikacioni kod svakog od objekata, u cilju eventualnog preusmeravanja u toku transporta, neophodno je razviti i implementirati sistem koji će biti u stanju da prepozna osnovne cifre. U tom smislu, ovaj problem predstavlja još jedan tipski problem klasifikacije objekata na osnovu odgovarajućih karakterističnih obeležja objekata. Sam podsistem za prepoznavanje se realizuje preko kamere koja generiše sliku i procesirajuće jedinice razvijene na osnovama mašinskog učenja i veštačkih neuronskih mreža. Rešenje problema ćemo prvo razviti u *BPnet* aplikativnom softveru (videti prilog), a nakon toga, dovoljno sličan, ali ipak malo kompleksniji primer u *Matlab*<sup>®</sup> okruženju (videti prilog).

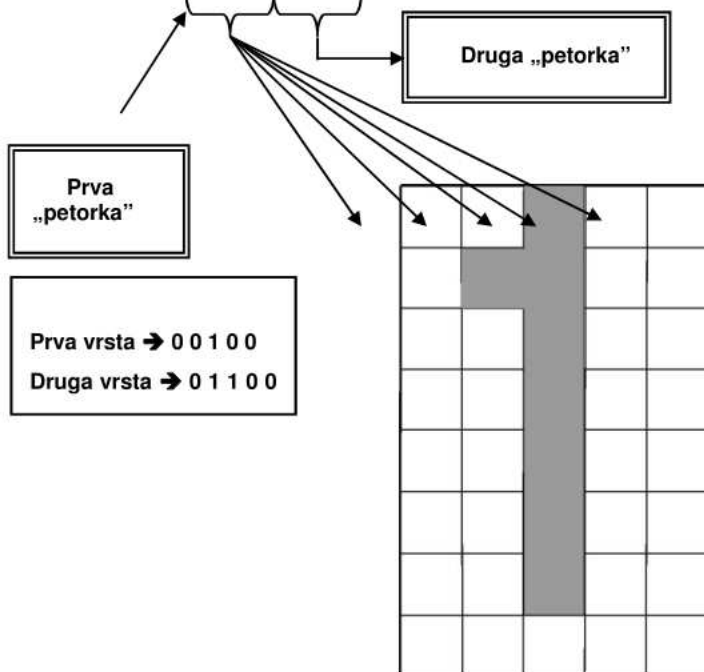
Neka su date četiri cifre (1, 2, 3 i 4) i neka je potrebno razviti odgovarajući model veštačke neuronske mreže sa prostiranjem signala unapred koji će, sa zadatom tačnošću, omogućiti sistemu da prepozna ulazne vektore i na taj način naknadnim procesiranjem klasifikuje kod objekta.



Slika 2.2.1 Uporedni grafički prikaz klasifikovanih ulaznih vrednosti

Ulazni vektor ćemo formirati na sledeći način. Kao što se na slici 2.2.1 može videti, ravan slike je formirana od 40 piksela<sup>1</sup>. Svaki piksel može biti u jednom i samo jednom od dva moguća stanja: zauzet/slobodan, odnosno, binarnim zapisom predstavljeno: 1 ili 0, a 40 komponentata ulaznog vektora će nam dati informaciju o „zauzetosti” svakog piksela. Na slici 2.2.2 se može videti osnovni vid formiranja ulaznog vektora.

$$\text{Ulazni vektor} = \{00100011000010000100001000010000100000000\}^T$$



Slika 2.2.2 Definisiranje ulaznog vektora

<sup>1</sup> Broj piksela je direktno vezan za rezoluciju kamere.



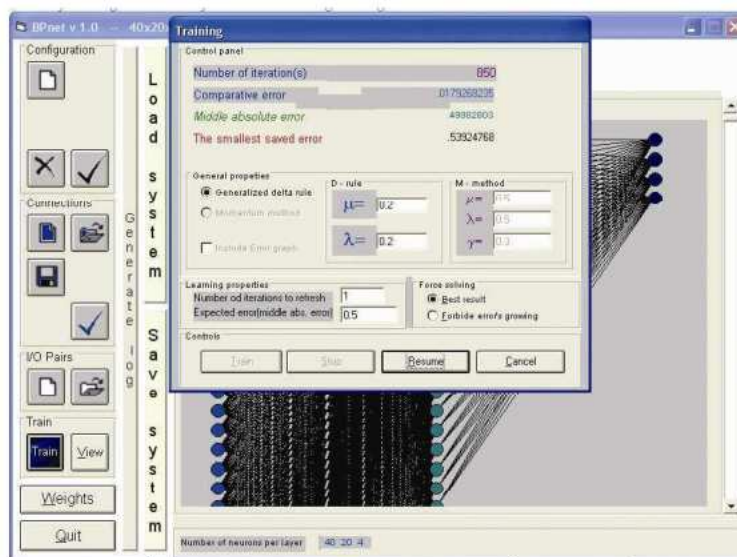
neurona u njima. U ovom, početnom trenutku razvoja posmatrane veštačke neuronske mreže znamo da mreža mora da poseduje ulazni sloj koji je u stanju da procesira ulazni vektor sa 40 komponentata i izlazni sloj sa četiri procesirajuće jedinice.

Kao što je već naglašeno, ne postoji opšta metodologija čija primena bi rezultirala traženim odgovorom. Dakle, broj skrivenih slojeva i broj neurona u skrivenim slojevima treba da bude određen tokom procesa obučavanja i „potrage“ za optimalnom strukturom. U većini problema jedan i samo jedan skriveni sloj je dovoljan. S druge strane, postoje problemi koji po samoj prirodi zahtevaju više skrivenih slojeva, što smo videli u primeru br. 1. U opštem slučaju, trebalo bi početi od tri sloja (jedan ulazni, jedan izlazni i jedan skriveni) i videti kakav je ishod učenja, u zavisnosti od variranja broja neurona u skrivenom sloju. Ukoliko ni posle većeg broja testiranja izabranih arhitektura sa jednim skrivenim slojem, možda je zaista potrebno uvesti dodatne skrivene slojeve u cilju uspešnog modeliranja problema.

U tom smislu, proces ćemo započeti sa jednim skrivenim slojem i oceniti ishod obučavanja. Prva arhitektura veštačke neuronske mreže sa prostiranjem signala unapred je 40 [20]<sub>1</sub> 4.

- Prva arhitektura: 40 [20]<sub>1</sub> 4

Nakon uspešno sprovedenog postupka unosa skupa obučavajućih parova u *BPnet*, proces obučavanja ćemo nastaviti usvajanjem vrednosti očekivane greške učenja od 0,5. Važno je napomenuti da su vrednosti za parametre obučavanja  $\mu$  i  $\lambda$  jednake i iznose 0,2, kao što se na slici 2.2.4 može videti.



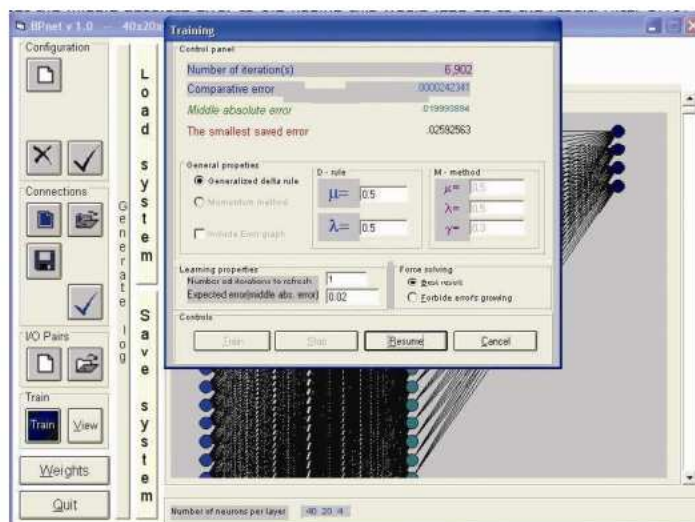
Slika 2.2.4 Arhitektura 40 [20]<sub>1</sub> 4

Nakon ostvarenog cilja, promenimo vrednost očekivane greške učenja na 0,2. Čitalac se može uveriti da je, za zadate uslove, rešenje određeno nakon 3.497 iteracija. U tabeli 2.2.1 je predstavljen uporedni prikaz željenih i generisanih vrednosti za prvi, drugi i četvrti ulazni vektor.

Tabela 2.2.1 Prikaz generisanih vrednosti nakon 3.497 iteracija

Željene vrednosti prvog ulaznog vektora	Generisani izlaz VNM	Željene vrednosti drugog ulaznog vektora	Generisani izlaz VNM	Željene vrednosti četvrtog ulaznog vektora	Generisani izlaz VNM
0,9	0,8879...	0,1	0,134...	0,1	-0,020...
0,1	0,3668...	0,9	0,488...	0,1	0,6824...
0,1	0,093...	0,1	0,114...	0,1	-0,097...
0,1	-0,004...	0,1	0,126...	0,9	0,894...

Dakle, kao što se na osnovu prethodne tabele može videti rezultati su daleko od željenih pa samim tim proces obučavanja treba nastaviti. U tom smislu, usvajanjem nove vrednosti greške učenja (0,02) nastavljamo proces učenja. Nakon dodatnih nekoliko hiljada iteracija, pronađene su vrednosti težinskih koeficijenata koje zadovoljavaju postavljeni kriterijum. Da bi u potpunosti bili sigurni u generisane rezultate, proces obučavanja mora da ide od samog početka, ali sa novim parametrima, a sve u cilju verifikacije rezultata. Odgovarajući *BPnet* korisnički prozor je prikazan na slici 2.2.5, dok su rezultati učenja dati u tabeli 2.2.2.



Slika 2.2.5 Proces učenja nakon 6.902 iteracije

Tabela 2.2.2 Prikaz generisanih vrednosti nakon 6.902 iteracije

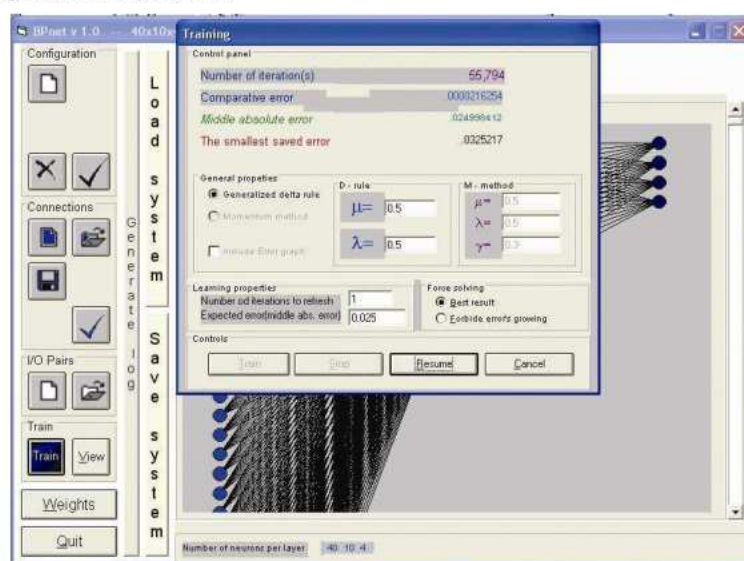
Generisani izlaz za prvi ulazni vektor	Generisani izlaz za drugi ulazni vektor	Generisani izlaz za treći ulazni vektor	Generisani izlaz za četvrti ulazni vektor
0,897...	0,110...	0,093...	-0,002...
0,102...	0,888...	0,110...	0,103...
0,108...	0,007...	0,905...	0,105...
0,106...	0,008...	0,009...	0,902...

Bez većih upuštanja u analizu rezultata možemo zaključiti da veštačka neuronska mreža koja je formirana od jednog ulaznog sloja, jednog skrivenog sloja sa 20 neurona i jednog izlaznog sloja (40 [20], 4) može da izvrši zahtevano preslikavanje. Naravno, u funkciji pedagoških ciljeva nastavićemo proces obučavanja koji bi trebalo da rezultira nekom adekvatnijom arhitekturom.

- Druga arhitektura: 40 [10], 4

S obzirom da broj težinskih koeficijenata raste sa brojem neurona, shodno tome povećava se i vreme učenja koje je potrebno u cilju određivanja ovih koeficijenata. Naravno, samim tim povećavaju se i zahtevi u pogledu rada procesorske jedinice računara. U tom smislu, potrebno je težiti manjem broju neurona, a sve u cilju bržeg obučavanja mreže. Naravno, iako je prethodni stav opšteg karaktera, postoje problemi čije modeliranje veštačkim neuronskim mrežama zahteva veći broj neurona, a sve zbog boljih mogućnosti u pogledu predstavljanja znanja i poboljšanja sposobnosti generalizacije.

Sledeća arhitektura veštačke neuronske mreže sa prostiranjem signala unapred koju ćemo obučiti u cilju generisanja željenih izlaza je 40 [10], 4. Usvojicemo da parametri učenja imaju vrednost 0,5, dok je očekivana greška učenja 0,025.



Slika 2.2.6 Proces učenja nakon 55.794 iteracije

Zanimljivo je da ukoliko usvojimo novu vrednost očekivane greške učenja npr. 0,015 i nastavimo proces određivanja i modifikacije težinskih odnosa, mreža će nastaviti da uči sve do 69.000 iteracija, sa konstantnom vrednošću greške učenja od 0,0153424. Bez obzira na eventualnu promenu parametara ova vrednost greške učenja ostaje konstantna. Rezultati procesa učenja nakon 55.794 iteracije (slika 2.2.6), nakon što je greška učenja svedena ispod zahtevane vrednosti, dati su u tabeli 2.2.3.

Tabela 2.2.3 Prikaz generisanih vrednosti nakon 55.794 iteracije

Generisani izlaz za prvi ulazni vektor	Generisani izlaz za drugi ulazni vektor	Generisani izlaz za treći ulazni vektor	Generisani izlaz za četvrti ulazni vektor
0,900...	-0,0224...	0,100...	0,100...
0,0099...	0,899...	0,100...	0,100...
0,100...	0,100...	0,900...	-0,002...
0,100...	0,100...	0,009...	0,899...

U tom smislu, možemo sa dovoljnom sigurnošću zaključiti da je arhitektura koja je formirana od 40 procesirajućih jedinica u ulaznom sloju, 10 u skrivenom sloju i četiri u izlaznom sloju, u stanju da znatno bolje izvrši preslikavanje koje se od nje zahteva nego prethodno analizirana arhitektura (40 [20]<sub>1</sub> 4).

- Treća arhitektura: 40 [5]<sub>1</sub> 4

U cilju određivanja optimalne strukture veštačke neuronske mreže nastavićemo sa smanjivanjem broja neurona u skrivenom sloju. Sledeća arhitektura koja je izabrana je 40 [5]<sub>1</sub> 4. Usvojene numeričke vrednosti parametara učenja je 0,5, dok se očekuje greška učenja od bar 0,02.

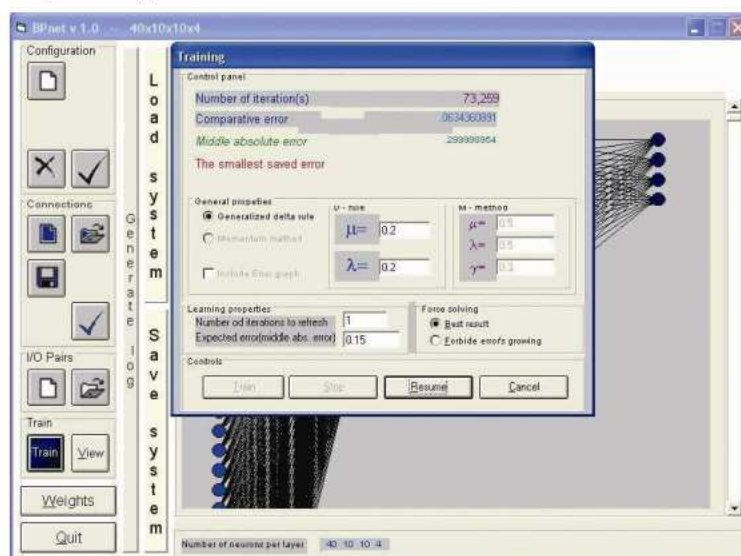
Nakon 144.000 iteracija posmatrana mreža je počela da osciluje između vrednosti greške učenja od 0,025. Ovo oscilatorno „kretanje” nije se prekinulo ni nakon dodatnih 15.000 iteracija. Generisani izlazi se mogu videti u tabeli 2.2.4.

*Tabela 2.2.4 Prikaz generisanih vrednosti nakon 144.000 iteracija*

Generisani izlaz za prvi ulazni vektor	Generisani izlaz za drugi ulazni vektor	Generisani izlaz za treći ulazni vektor	Generisani izlaz za četvrti ulazni vektor
0,897...	0,1060...	0,006...	0,122...
0,1036...	0,897...	0,122...	0,006...
0,002...	0,008...	0,897...	0,009...
0,100...	-0,002...	0,103...	0,896...

Dakle, sa dovoljnom dozom sigurnosti možemo zaključiti da ova konfiguracija nije adekvatno rešenje analiziranog problema.

Na kraju, bilo bi više nego zanimljivo proveriti da li bi eventualno uvođenje dodatnih skrivenih slojeva doprinelo povećanju brzine konvergencije i ostvarivanju odgovarajućeg nivoa kvaliteta željenog preslikavanja. U tom smislu, pokušaćemo da ostvarimo zahtevano preslikavanje sa dva skrivena sloja ( $40 [10-10]_2 4$ ). Usvojene vrednosti parametara učenja i očekivane greške učenja mogu se videti na slici 2.2.7, dok su generisani izlazi ove veštačke neuronske mreže dati u tabeli 2.2.5.



Slika 2.2.7 Arhitektura  $40 [10-10]_2 4$  nakon 73.259 iteracija

Tabela 2.2.5 Prikaz generisanih vrednosti nakon 73.259 iteracija



Generisani izlaz za prvi ulazni vektor	Generisani izlaz za drugi ulazni vektor	Generisani izlaz za treći ulazni vektor	Generisani izlaz za četvrti ulazni vektor
0, 300...	0, 299...	0,299...	0, 299...
0, 300...	0, 299...	0,299...	0, 299...
0, 300...	0,300...	0,300...	0, 299...
0, 300...	0,300...	0,300...	0, 299...

Generisani izlazi definitivno nisu oni koji treba da predstavljaju rešenje analiziranog problema. Poređenjem ovih izlaza i odgovarajućih prethodno testiranih arhitektura neuronskih modela, može se videti šta dodatni skriveni slojevi pružaju u cilju predstavljanja znanja. Testiranje novih arhitektura se prepušta čitaocima.

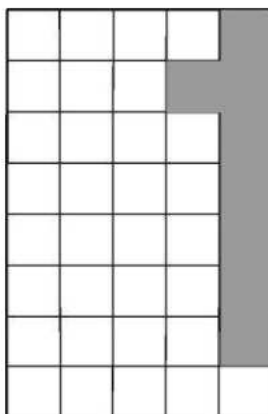
- Analiza i diskusija

Poređenjem tri osnovne analizirane arhitekture moguće je izvesti zaključak o njihovoj upotrebnoj vrednosti. Naime, prvoj testiranoj arhitekturi (40 [20]<sub>1</sub>, 4) je potrebno 6.902 iteracije za određivanje vrednosti težinskih koeficijenata. Kao što je tom prilikom konstatovano, generisani izlazi mreže nakon sprovedenog procesa učenja su zadovoljavajući.

Sa druge strane, arhitektura 40 [10]<sub>1</sub>, 4 određuje izlaze koji su znatno bliži željenim vrednostima, ali i sa većim brojem iteracija, tačnije potrebno je 55.794 iteracija. Na kraju, poslednja arhitektura koja je testirana (40 [5]<sub>1</sub>, 4) zahteva najveći broj iteracija, čak 144.000. U tom smislu, ovu poslednju arhitekturu možemo eliminisati iz procesa odlučivanja o optimalnoj strukturi veštačke neuronske mreže. Samim tim, „u igri ostaju” samo prve dve arhitekture.

Kada bi posmatrali sa stanovišta brzine učenja, optimalan izbor bi definitivno bila prva arhitektura (40 [20]<sub>1</sub>, 4). Međutim, posmatrano sa stanovišta tačnosti generisanih rezultata nakon sprovedenog procesa učenja, optimalan izbor bi bila druga arhitektura. Inače, znatno duže vreme potrebno za sprovođenje procesa učenja predstavlja cenu ostvarene tačnosti. Dakle, i pored toga će druga veštačka neuronska mreža biti izabrana kao rešenje.

Bilo bi zanimljivo testirati mogućnosti generalizacije izabrane mreže u pogledu predstavljanja, za nijansu drugačijih ulaznih vektora. Naime, zamislimo da je na osnovu generisane slike sa kamere, odgovarajući softver za procesiranje slike prepoznao sledeći oblik ulaznog vektora (slika 2.2.8).



Slika 2.2.8 Prvi ulazni oblik nakon sprovedene transformacije



Osnovna postavka problema je identična prethodnom slučaju u kome smo tražili optimalnu strukturu u cilju prepoznavanja četiri cifre tj. 1,2,3 i 4. U *Matlab*<sup>®</sup> okruženju moguće je vršiti modeliranje problema pisanjem odgovarajućeg koda (*M-file*) ili direktnim unosom u modul za veštačke neuronske mreže (*Neural Network Toolbox*). Važno je naglasiti da se rezultati procesa učenja neće razlikovati. Izbor modeliranja preko pisanja odgovarajućeg koda ili pak direktnim unosom u grafički interfejs modula za veštačke neuronske mreže ostavljen je korisniku.

U nastavku je prikazan *Matlab* kod:

```
clc,clear

% Definisati ulazne vektore:
i1 = [0 0 1 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0];
i2 = [0 1 1 1 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 1 1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0];
i3 = [0 1 1 1 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 1 1 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 1 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0];
i4 = [1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 1 0 0 1 0 1 0 0 1 0 1 1 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0];
i5 = [0 1 1 1 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0];
i6 = [0 1 1 1 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 1 1 1 0 1 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0];
i7 = [0 1 1 1 1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0];
i8 = [0 1 1 1 0 1 0 0 0 1 1 0 0 0 1 0 1 1 1 0 1 0 0 0 1 1 0 0 0 1 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0];
i = [i1 i2 i3 i4 i5 i6 i7 i8]

% Definisati izlazne vektore:
o1 = [1 0 0 0 0 0 0 0]';
o2 = [0 1 0 0 0 0 0 0]';
o3 = [0 0 1 0 0 0 0 0]';
o4 = [0 0 0 1 0 0 0 0]';
o5 = [0 0 0 0 1 0 0 0]';
o6 = [0 0 0 0 0 1 0 0]';
o7 = [0 0 0 0 0 0 1 0]';
o8 = [0 0 0 0 0 0 0 1]';
o = [o1 o2 o3 o4 o5 o6 o7 o8]

% Definisati opseg promene ulaznih vektora (minimalnu i maksimalnu vrednost):
kk = [zeros(size(i,1),1) ones(size(i,1),1)];

% Definisati strukturu veštačke neuronske mreže:
net = newff([kk],[10,8],{'logsig','logsig'},'trainlm');

% Usvojiti vrednosti parametara učenja:
net.trainParam.show = 100;
net.trainParam.lr = 0.5;
net.trainParam.epochs = 1000;
net.trainParam.goal = 1e-5;

% Započeti proces učenja:
net = train(net,i,o);
```

```
% Rezultati učenja su:
```

```
y = sim(net,i(:,:))
```

Pojašnjenja osnovnih parametara su data u nastavku.

Prvi parametar [kk] definiše opseg ulaznih vektora (minimalnu i maksimalnu vrednost). Važno je naglasiti da tzv. skaliranje ulaznih vrednosti se odvija automatizovano u okviru *Matlab*-a na osnovu ovako definisanog parametra.

Drugim parametrom [10,8] određena je arhitektura veštačke neuronske mreže koja se u ovom slučaju sastoji od tri sloja (jedan ulazni, jedan skriveni i jedan izlazni sloj) sa sledećim brojem procesirajućih jedinica 40 [10], 8. Važno je naglasiti da se u *Matlab*-u ne definiše eksplicitno broj neurona u ulaznom sloju, s obzirom da je ta veličina uvek određena tipom ulaznog vektora.

Komanda {'logsig','logsig'} određuje primenu sigmoidne aktivacione funkcije u skrivenom i izlaznom sloju. Kao što se može videti, *Matlab*<sup>®</sup> omogućuje korisniku da definiše različite aktivacione funkcije za skriveni i izlazni sloj veštačke neuronske mreže.

Na kraju, poslednji parametar ('trainlm') određuje primenu Levenberg-Markeovog postupka prilikom obučavanja veštačke neuronske mreže. Rezultati obučavanja veštačke neuronske mreže su:

```
TRAINLM-calcjx, Epoch 0/1000, MSE 0.292447/1e-005, Gradient 0.0577139/1e-010  
TRAINLM-calcjx, Epoch 13/1000, MSE 2.3102e-006/1e-005, Gradient 1.33724e-005/1e-010  
TRAINLM, Performance goal met.
```

```
y =[0.9999 0.0000 0.0000 0.0000 0.0002 0.0002 0.0000 0.0000  
0.0000 0.9998 0.0001 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000  
0.0000 0.0000 0.9989 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000  
0.0001 0.0000 0.0000 1.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0001  
0.0001 0.0003 0.0003 0.0002 0.9968 0.0018 0.0001 0.0001  
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0001 0.9885 0.0000 0.0000  
0.0002 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.9999 0.0000  
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.9991]
```

Kao što se iz priloženih rezultata može videti, duž glavne dijagonale matrice izlaznih vektora imamo vrednosti koje su bliske željenim vrednostima. U prilogu ove zbirke zadataka dato je uputstvo za razvoj neuronskih modela u *Matlab*<sup>®</sup> okruženju.

**2.2. ZADATAK BR. 3:** *Primena veštačkih neuronskih mreža u cilju predikcije očitavanja ultrazvučnih senzora bliskosti prilikom kretanja mobilnog robota.*

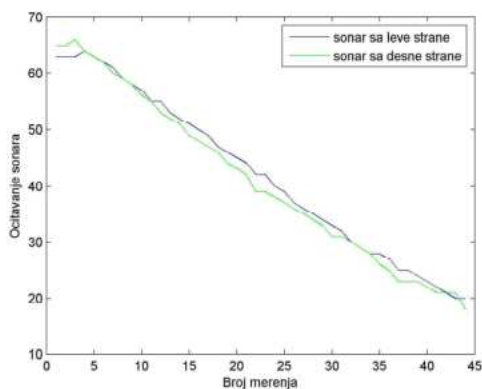
Jedna od osnovnih kategorija primene veštačkih neuronskih mreža je predikcija. Naime, na osnovu prikupljenih podataka do određenog trenutka  $t$  od mreže se očekuje da predvidi ponašanje posmatrane veličine u trenutku  $t+1$ . Kao primeri primene predikcije mogu se navesti sledeći problemi: predviđanje značajnih promena na tržištu hartija od vrednosti, predviđanje životnog veka mašinskih delova, itd. [36]. U tom smislu, u nastavku će biti prikazano modeliranje očitavanja ultrazvučnog senzora prilikom kretanja mobilnog robota.

Ultrazvučni senzori predstavljaju senzore bliskosti čiji osnovni zadatak je detekcija pokretnih i nepokretnih objekata koji se nalaze na putanji mobilnog robota, a sve u cilju sprečavanja kolizije. Na slici 2.3.1 prikazan je mobilni robot sa odgovarajućim ultrazvučnim sensorima.



*Slika 2.3.1 Mobilni robot (LEGO Mindstorms NXT) sa odgovarajućim sensorima*

Prikupljanje podataka i formiranje skupa obučavajućih parova sprovedeno je u nekoliko faza. U prvoj postavci, mobilni robot se kretao ravnomerno pravolinijski prema objektu koji se nalazi na približno 60 cm od početnog položaja robota. Tokom kretanja, dva ultrazvučna senzora (tzv. sonari) vrše akviziciju podataka. Ultrazvučni talasi nailaze na objekat koji se nalazi na putanji mobilnog robota pod uglom od  $90^\circ$ . Na slici 2.3.2 su prikazana očitavanja dobijena akvizicijom tokom eksperimentalnog procesa. Važno je naglasiti da prilikom akvizicije podataka, kretanje objekta nije razmatrano s obzirom da bi za problem takve vrste trebalo razviti mrežu koja je u stanju da vrši predikciju stanja objekta, ali i da koriguje komponente određene na osnovu koraka predikcije shodno izvršenom merenju.



Slika 2.3.2 Očitavanja ultrazvučnih senzora tokom kretanja mobilnog robota

S obzirom da ni polazni problem, u kome kretanje objekta „nije dozvoljeno”, nije jednostavan kao što izgleda, u nastavku ćemo u kratkim crtama opisati fizikalnost samog problema. Prilikom kretanja mobilnog robota senzori bliskosti (sonari) emituju ultrazvučni talas koji biva reflektovan od površine objekta koji se nalazi na putanji talasa. Tom prilikom, odbijeni (reflektovani) talas biva vraćen do emitera talasa (sonara), na osnovu čega se određuje razdaljina između objekta i mobilnog robota znajući brzinu prostiranja zvučnih talasa i vreme nakon koga je zvučni talas „doneo” informaciju o prisutnosti objekta na putanji. Međutim, s obzirom da mobilni robot tom prilikom menja svoj položaj (poziciju i orijentaciju), problem određivanja distance postaje znatno kompleksniji. U tom slučaju moguće je, pored očitavanja ultrazvučnih senzora, u analizu uvesti i očitavanje enkodera, tj. senzora koji mere rotaciju pogonskih vratila i na taj način određuju relativno pomeranje mobilnog robota između dva sukcesivna položaja. Drugim rečima, pređeni put između dva merenja određen je na osnovu merenja enkodera.

Dakle, na osnovu prethodne analize moguće je formirati ulazni vektorski prostor ali i odgovarajući izlazni vektorski prostor. Kao komponente ulaznog vektora usvojićemo:

$$X = [p_{1(t)}, p_{2(t)}, e_1, e_2]$$

gde su:

- $p_{1(t)}$  – očitavanje prvog sonara u trenutku  $t$ ;
- $p_{2(t)}$  – očitavanje drugog sonara u trenutku  $t$ ;
- $e_1$  – očitavanje prvog enkodera u trenutku  $t$ ;
- $e_2$  – očitavanje drugog enkodera u trenutku  $t$ .

Sa druge strane, izlazni vektor će biti:

$$Y = [p_{1(t+1)}, p_{2(t+1)}]$$

gde su:

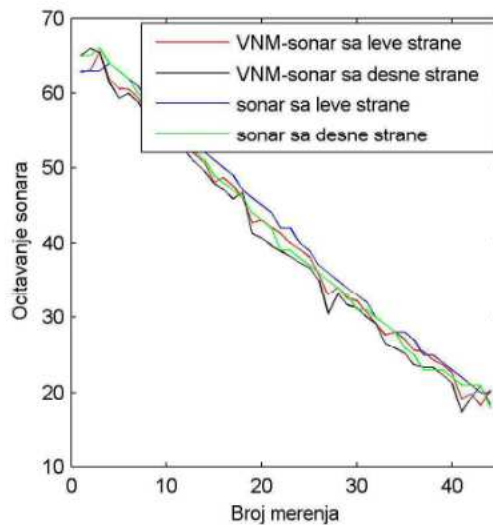
- $p_{1(t+1)}$  – predikcija očitavanja prvog sonara u trenutku  $t+1$ ;
- $p_{2(t+1)}$  – predikcija očitavanja drugog sonara u trenutku  $t+1$ .

Problem ćemo modelirati veštačkom neuronskom mrežom sa prostiranjem signala unapred u *Matlab*<sup>®</sup> okruženju. Prilikom modeliranja, najbolje rezultate je pokazala mreža sa sledećom arhitekturom 4 [10], 2. Prilikom sprovođenja procesa modifikacije i određivanja težinskih koeficijenata primenjen je Levenberg-Markeov algoritam učenja. Tom prilikom testirana je veštačka neuronska mreža sa jednim skrivenim slojem i deset procesirajućih elemenata sa sigmoidnim aktivacionim funkcijama (*tansig* u Matlab nomenklaturi). Deo koda je prikazan u nastavku:

```
net1 = newff(i,o,[10],{'trainlm','learnqdm'})

net1 = train(net1,i,o)
```

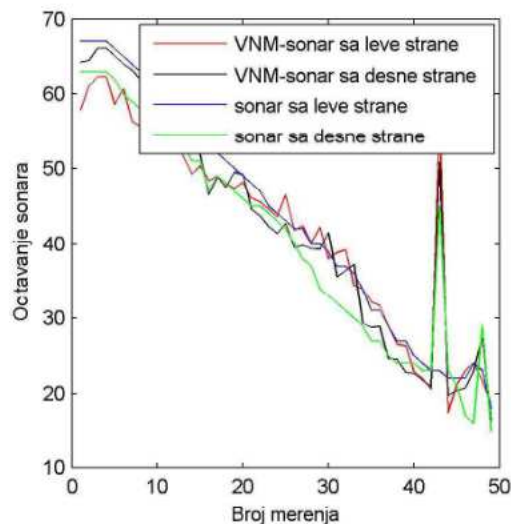
Na slici 2.3.3 se može videti uporedni prikaz rezultata modeliranja problema primenom veštačkih neuronskih mreža i realnog očitavanja senzora bliskosti. Na priloženom uporednom prikazu može se videti bliskost realnih očitavanja sonara i vrednosti generisanih nakon sprovedenog procesa obučavanja veštačkih neuronskih mreža.



Slika 2.3.3 Uporedni prikaz očitavanja ultrazvučnih senzora tokom kretanja mobilnog robota i generisanih vrednosti veštačke neuronske mreže

Važno je naglasiti da se slika 2.3.3 odnosi na prikaz generisanih izlaznih vrednosti veštačke neuronske mreže sa trening skupom kao ulaznim vrednostima. Međutim, osnovna ideja modeliranja problema iz (tehničke) prakse primenom ove paradigme veštačke inteligencije i nije da sistem (veštačka neuronska mreža) nauči da reprodukuje vrednosti koje su određene skupom obučavajućih parova. Naprotiv, na osnovu skupa obučavajućih parova veštačka neuronska mreža treba da pronađe takve numeričke vrednosti težinskih koeficijenata koje će biti u stanju da ostvare *generalizaciju*. Samo u tom slučaju možemo reći da je mreža ostvarila generalizaciju.

U tom smislu, uvešćemo vrednosti koje su dobijene akvizicijom podataka prilikom nailaska mobilnog robota (ali pre svega zvučnih talasa) na prepreku pod uglom od  $30^\circ$ . Na slici 2.3.4 je prikazan uporedni prikaz.



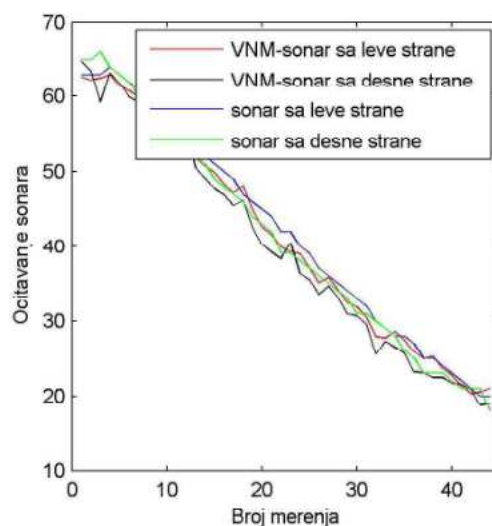
Slika 2.3.4 Uporedni prikaz očitavanja ultrazvučnih senzora tokom kretanja mobilnog robota i generisanih vrednosti veštačke neuronske mreže za one vrednosti za koje mreža nije bila obučena

Može se primetiti da se vrednosti koje veštačka neuronska mreža generiše na osnovu podataka sa kojima mreža „nije prethodno bila upoznata“ neznatno razlikuju od stvarnih merenja ultrazvučnih senzora. Čak i prilikom „skoka“ (nakon 40. merenja) veštački neuronski sistem prepozna tu promenu i



generiše odgovarajuću vrednost. Iznenadni skok očitanih vrednosti sa ultrazvučnog senzora može nastati kao greška u procesu akvizicije podataka u realnom vremenu, s obzirom da ultrazvučni senzori bliskosti ne nude visok nivo pouzdanosti. U tom smislu, uspešno predviđanje veštačke neuronske mreže da će se gradijent promene merenja ultrazvučnog senzora naglo promeniti, predstavlja veoma značajnu pojavu posmatrano sa stanovišta implementacije ovog sistema u realnom vremenu.

Rezultati testiranja za isti problem nailaska na prepreku pod uglom od  $30^\circ$ , ali bez izrazitih neravnomernosti, prikazani su na slici 2.3.5. Nije teško zaključiti da i ovom prilikom mreža pokazuje zadovoljavajuće rezultate.



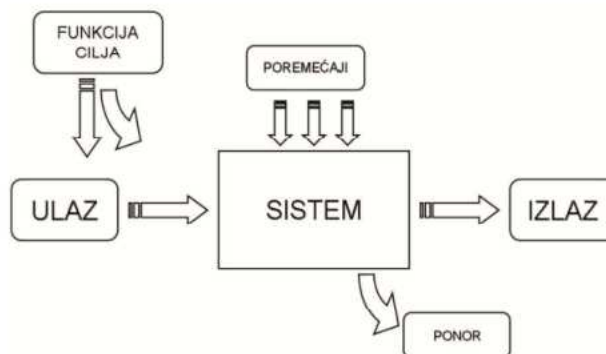
Slika 2.3.5 Uporedni prikaz očitavanja ultrazvučnih senzora tokom kretanja mobilnog robota i generisanih vrednosti veštačke neuronske mreže za one vrednosti za koje mreža nije bila obučena

Sa druge strane, direktno uvođenje informacije sa senzora u posmatrani sistem ili podsistem može se ponekad pokazati kao kontraproduktivno. U praksi je veoma čest slučaj da usled nesavršenosti senzora kao uređaja, dinamičkih karakteristika okruženja u kojem „naša mašina“ obavlja zadatke, itd. informacija koja je vraćena sa senzora ne odslikava pravo stanje stvari. Kao što se može videti na osnovu dijagramskih prikaza očitavanja senzora (slika 2.3.4), dešava se da nakon niza pravilnih merenja usledi merenje koje nije u skladu sa prethodnom slikom radnog okruženja. U tom slučaju možemo postaviti sledeće pitanje: za poznata merenja do nekog trenutka  $t$  (npr. sva očitavanja ultrazvučnog senzora, davača ubrzanja ili puta itd.) kolika je verovatnoća da se objekat  $A$  pomerio sa prethodnog položaja? U tom smislu, neophodno je sprovesti prethodno procesiranje informacije da bi se odredio precizan odgovora na postavljeno pitanje. Međutim, ovaj tip identifikacije i modeliranja dinamičkih sistema daleko prevazilazi osnovnu namenu ove zbirke zadataka, pa se čitalac upućuje na referentnu literaturu koja je posvećena pomenutoj problematici. Primenom takvog sistema predprocesiranja, sposobnost veštačke neuronske mreže da generalizuje bi u svakom slučaju bila na znatno višem nivou.

**2.3. ZADATAK BR. 6:** Za poznatu promenu ulaza u neki tehnički sistem, na izlazu iz sistema je merena promena koja je rezultat uticaja posmatrane ulazne veličine. Potrebno je pomoću veštačkih neuronskih mreža sa prostiranjem signala unapred opisati rad posmatranog sistema funkcionalnom aproksimacijom uticaja ulazne veličine na promenu merenog izlaza iz datog sistema?

- Ulazni podaci

Posmatrani tehnički sistem, koji ima jednu ulaznu i jednu izlaznu veličinu, možemo shematski prikazati kao na slici 2.6.1. Prema [43], pod tehničkim sistemom se podrazumeva organizovan skup elemenata, objedinjen zajedničkom funkcijom cilja.



Slika 2.6.1 Shematski prikaz rada posmatranog sistema

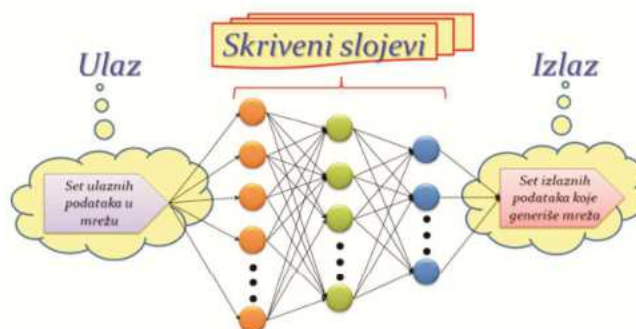
U okviru ulaznog seta podataka prikupljeno je ukupno 200 podataka, dobijenih merenjem ulazne vrednosti  $x$ . Istovremeno je na izlazu iz posmatranog tehničkog sistema merena promena odgovarajuće izlazne vrednosti  $y$  (videti tabelu 2.6.1). U tabeli 2.6.1 su date vrednosti ulaza i izlaza prema redosledu kako su merene. Svakoј vrednosti ulazne veličine, datoj u tabeli 2.6.1, odgovara jedna vrednost izlaza. Minimalna ulazna vrednost jednaka je 0,5, a maksimalna ulazna vrednost je 100. Isto tako, minimalna vrednost izlaza iznosi 0,25 (za ulaz 0,5), a maksimalna vrednost izlaza je 10.000 (za ulaz 100). Shematski prikaz rada sistema sa slike 2.6.1 može biti predstavljen pomoću neuronske mreže prikazane na slici 2.6.2. Na slici 2.6.2 je dat opšti prikaz arhitekture neuronske mreže, sa jednim ulazom i jednim izlazom, koja treba da funkcionalno aproksimira rad posmatranog tehničkog sistema, datog na slici 2.6.1.

Tabela 2.6.1 Izmerene vrednosti ulaza i odgovarajuće vrednosti izlazne veličine

Ulazne vrednosti	
0,5	1
1,5	2
2,5	3
3,5	4
4,5	5
5,5	6
6,5	7
7,5	8
8,5	9
9,5	10
10,5	11
11,5	12
12,5	13
13,5	14
14,5	15
15,5	16
16,5	17
17,5	18
18,5	19
19,5	20
20,5	21
21,5	22
22,5	23
23,5	24
24,5	25
25,5	26
26,5	27
27,5	28
28,5	29
29,5	30
30,5	31
31,5	32
32,5	33
33,5	34
34,5	35
35,5	36
36,5	37
37,5	38
38,5	39
39,5	40
40,5	41
41,5	42
42,5	43
43,5	44
44,5	45
45,5	46
46,5	47
47,5	48
48,5	49
49,5	50
50,5	51
51,5	52
52,5	53
53,5	54
54,5	55
55,5	56
56,5	57
57,5	58
58,5	59
59,5	60
60,5	61
61,5	62
62,5	63
63,5	64
64,5	65
65,5	66
66,5	67
67,5	68
68,5	69
69,5	70
70,5	71
71,5	72
72,5	73
73,5	74
74,5	75
75,5	76
76,5	77
77,5	78
78,5	79
79,5	80
80,5	81
81,5	82
82,5	83
83,5	84
84,5	85
85,5	86
86,5	87
87,5	88
88,5	89
89,5	90
90,5	91
91,5	92
92,5	93
93,5	94
94,5	95
95,5	96
96,5	97
97,5	98
98,5	99
99,5	100

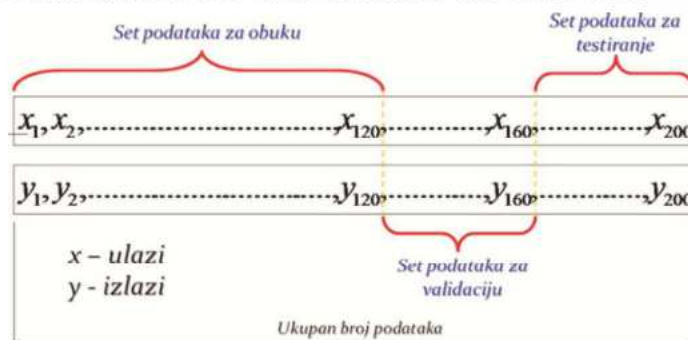
Izlazne vrednosti	
0,25	1
2,25	4
6,25	9
12,25	16
20,25	25
30,25	36
42,25	49
56,25	64
72,25	81
90,25	100
110,25	121
132,25	144
156,25	169
182,25	196
210,25	225
240,25	256
272,25	289
306,25	324
342,25	361
380,25	400
420,25	441
462,25	484
506,25	529
552,25	576
600,25	625
650,25	676
702,25	729
756,25	784
812,25	841
870,25	900
930,25	961
992,25	1024
1056,25	1089
1122,25	1156
1190,25	1225
1260,25	1296
1332,25	1369
1406,25	1444
1482,25	1521
1560,25	1600
1640,25	1681
1722,25	1764
1806,25	1849
1892,25	1936
1980,25	2025
2070,25	2116
2162,25	2209
2256,25	2304
2352,25	2401
2450,25	2500
2550,25	2601
2652,25	2704
2756,25	2809
2862,25	2916
2970,25	3025
3080,25	3136
3192,25	3249
3306,25	3364
3422,25	3481
3540,25	3600
3660,25	3721
3782,25	3844
3906,25	3969
4032,25	4096
4160,25	4225
4290,25	4356
4422,25	4489
4556,25	4624
4692,25	4761
4830,25	4900
4970,25	5041
5112,25	5184
5256,25	5329
5402,25	5476
5550,25	5625
5700,25	5776
5852,25	5929
6006,25	6084
6162,25	6241
6320,25	6400
6480,25	6561
6642,25	6724
6806,25	6889
6972,25	7056
7140,25	7225
7310,25	7396
7482,25	7569
7656,25	7744
7832,25	7921
8010,25	8100
8190,25	8281
8372,25	8464
8556,25	8649
8742,25	8836
8930,25	9025
9120,25	9216
9312,25	9409
9506,25	9604
9702,25	9801
9900,25	10000



Slika 2.6.2 Opšti izgled arhitekture veštačke neuronske mreže

- Raspodela raspoloživih podataka

S obzirom da su nam poznati skupovi podataka promene ulazne i izlazne veličine, potrebno je raspoloživi skup (set) podataka podeliti na grupu podataka (ulazno/izlaznih parova) koji će biti korišćeni za obučavanje, grupu podataka za validaciju performansi različitih arhitektura veštačkih neuronskih mreža i grupu podataka za testiranje kvaliteta obuke veštačkih neuronskih mreža. U ovom primeru ukupan broj od 200 raspoloživih podataka je podeljen na set podataka za obuku (120 obučavajućih parova), validaciju (40 podataka) i testiranje (40 podataka). Kao što je to dato na slici 2.6.3, svakoj vrednosti ulaza  $x$  odgovara jedna izlazna vrednost  $y$ . Set podataka za obučavanje veštačke neuronske mreže je formiran tako što je iz raspoloživog seta podataka (tabela 2.6.1) uzeto prvih 120 ulazno/izlaznih vrednosti (1-120). Set podataka za validaciju je formiran tako što je uzeto sledećih 40 podataka (121-160). Test set podataka su činile vrednosti ulazne i izlazne veličine koje se nalaze na kraju posmatranog skupa (161-200), kao što je to dato na slici 2.6.3.



Slika 2.6.3 Raspodela ukupnog broja raspoloživih podataka

- Predprocesiranje podataka

Pripremni postupci za obučavanje veštačke neuronske mreže obuhvataju predprocesiranje i obradu podataka koji se nalaze u setovima za obuku, validaciju i testiranje. Radi lakšeg izračunavanja i podešavanja težinskih odnosa u mreži, pristupa se skaliranju ulaznih i izlaznih podataka u intervalu između 0 i 1. Skaliranje ulaznih podataka može biti izvršeno pomoću izraza (2.6.1), za slučaj tzv. linearnog skaliranja:

$$x_{skal} = \bar{x}_{min} + \frac{x_{tren} - x_{min}}{x_{max} - x_{min}} (\bar{x}_{max} - \bar{x}_{min}) \quad (2.6.1)$$

gde oznake  $\bar{x}$  predstavljaju minimalnu ili maksimalnu vrednost opsega u kojem se ti podaci skaliraju. Oznake bez gornje crte predstavljaju stvarne vrednosti koje treba skalirati u datom opsegu. U tom slučaju, imajući u vidu minimalnu i maksimalnu ulaznu vrednost koje su date u tabeli 2.6.1, izraz (2.6.1) može biti napisan u obliku (2.6.2):

$$x_{skal} = 0 + \frac{x_{tren} - 0,5}{100 - 0,5} (1 - 0) \quad (2.6.2)$$

Ulazne vrednosti, skalirane prema izrazu (2.6.2), prikazane su u tabeli 2.6.2.

Tabela 2.6.2 Skalirane ulazne vrednosti

0	0,005025	0,01005	0,015075	0,020101	0,025126	0,030151	0,035176	0,040201
0,045226	0,050251	0,055276	0,060302	0,065327	0,070352	0,075377	0,080402	
0,085427	0,090452	0,095477	0,100503	0,105528	0,110553	0,115578	0,120603	
0,125628	0,130653	0,135678	0,140704	0,145729	0,150754	0,155779	0,160804	
0,165829	0,170854	0,175879	0,180905	0,18593	0,190955	0,19598	0,201005	0,20603
0,211055	0,21608	0,221106	0,226131	0,231156	0,236181	0,241206	0,246231	
0,251256	0,256281	0,261307	0,266332	0,271357	0,276382	0,281407	0,286432	
0,291457	0,296482	0,301508	0,306533	0,311558	0,316583	0,321608	0,326633	
0,331658	0,336683	0,341709	0,346734	0,351759	0,356784	0,361809	0,366834	
0,371859	0,376884	0,38191	0,386935	0,39196	0,396985	0,40201	0,407035	0,41206
0,417085	0,422111	0,427136	0,432161	0,437186	0,442211	0,447236	0,452261	
0,457286	0,462312	0,467337	0,472362	0,477387	0,482412	0,487437	0,492462	
0,497487	0,502513	0,507538	0,512563	0,517588	0,522613	0,527638	0,532663	
0,537688	0,542714	0,547739	0,552764	0,557789	0,562814	0,567839	0,572864	
0,577889	0,582915	0,58794	0,592965	0,59799	0,603015	0,60804	0,613065	0,61809
0,623116	0,628141	0,633166	0,638191	0,643216	0,648241	0,653266	0,658291	
0,663317	0,668342	0,673367	0,678392	0,683417	0,688442	0,693467	0,698492	
0,703518	0,708543	0,713568	0,718593	0,723618	0,728643	0,733668	0,738693	
0,743719	0,748744	0,753769	0,758794	0,763819	0,768844	0,773869	0,778894	
0,78392	0,788945	0,79397	0,798995	0,80402	0,809045	0,81407	0,819095	0,824121
0,829146	0,834171	0,839196	0,844221	0,849246	0,854271	0,859296	0,864322	
0,869347	0,874372	0,879397	0,884422	0,889447	0,894472	0,899497	0,904523	
0,909548	0,914573	0,919598	0,924623	0,929648	0,934673	0,939698	0,944724	
0,949749	0,954774	0,959799	0,964824	0,969849	0,974874	0,979899	0,984925	
0,98995	0,994975	1						

Realni izlazni podaci (targets) najčešće se linearno skaliraju (linearizuju) prema izrazu (2.6.1). U konkretnom slučaju izlaze linearizujemo prema izrazu (2.6.3):

$$y_{lin} = 0,5 + \frac{y_{tren} - 0,25}{10000 - 0,25} (0,8 - 0,5)$$

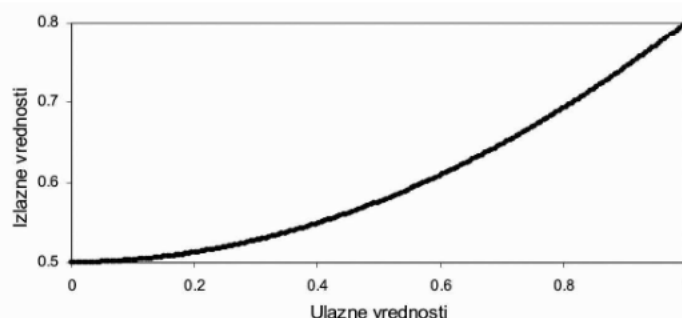
(2.6.3)

Širina opsega u kojem se nalaze linearizovane izlazne vrednosti može biti različita. Za veće fluktuacije podataka u okviru određenog seta (obuka, validacija i testiranje) treba birati manju širinu tog opsega da bi se postigla što veća sposobnost generalizacije veštačke neuronske mreže. Širinu opsega u kojem se linearizuju podaci treba odrediti posle nekoliko iteracija i testiranja osetljivosti veštačke neuronske mreže u pogledu veličine promene izlaza za posmatranu promenu ulazne veličine. Izlazne vrednosti, linearizovane prema izrazu (2.6.3), su date u tabeli 2.6.3.

Tabela 2.6.3 Linearizovane izlazne vrednosti

0,5	0,500023	0,50006	0,500113	0,50018	0,500263	0,50036	0,500473	0,5006	0,500743
0,5009	0,501073	0,50126	0,501463	0,50168	0,501913	0,50216	0,502423	0,5027	
0,502993	0,5033	0,503623	0,50396	0,504313	0,50468	0,505063	0,50546	0,505873	
0,5063	0,506743	0,5072	0,507673	0,50816	0,508663	0,50918	0,509713	0,51026	
0,510823	0,5114	0,511993	0,5126	0,513223	0,51386	0,514513	0,51518	0,515863	
0,51656	0,517273	0,518	0,518743	0,5195	0,520273	0,521061	0,521863	0,522681	
0,523513	0,524361	0,525223	0,526101	0,526993	0,527901	0,528823	0,52976		
10,530713	0,531681	0,532663	0,533661	0,534673	0,535701	0,536743	0,537801		
0,538873	0,539961	0,541064	0,542181	0,543314	0,544461	0,545624	0,546801		
0,547994	0,549201	0,550424	0,551661	0,552914	0,554181	0,555464	0,556761		
0,558074	0,559401	0,560744	0,562102	0,563474	0,564862	0,566264	0,567682		
0,569114	0,570562	0,572024	0,573502	0,574994	0,576502	0,578024	0,579562		
0,581115	0,582682	0,584265	0,585862	0,587475	0,589102	0,590745	0,592402		
0,594075	0,595762	0,597465	0,599182	0,600915	0,602663	0,604425	0,606203		
0,607995	0,609803	0,611625	0,613463	0,615315	0,617183	0,619065	0,620963		
0,622876	0,624803	0,626746	0,628703	0,630676	0,632663	0,634666	0,636683		
0,638716	0,640764	0,642826	0,644904	0,646996	0,649104	0,651226	0,653364		
0,655516	0,657684	0,659866	0,662064	0,664277	0,666504	0,668747	0,671004		
0,673277	0,675564	0,677867	0,680185	0,682517	0,684865	0,687227	0,689605		
0,691997	0,694405	0,696827	0,699265	0,701718	0,704185	0,706668	0,709165		
0,711678	0,714205	0,716748	0,719305	0,721878	0,724466	0,727068	0,729686		
0,732318	0,734966	0,737628	0,740306	0,742999	0,745706	0,748429	0,751166		
0,753919	0,756686	0,759469	0,762267	0,765079	0,767907	0,770749	0,773607		
0,776479	0,779367	0,78227	0,785187	0,78812	0,791067	0,79403	0,797007	0,8	

S obzirom da su nam poznati raspoloživi podaci o vrednostima promene ulazne i izlazne veličine iz posmatranog tehničkog sistema, možemo prikazati funkcionalnu vezu između ulaza i izlaza u posmatranom domenu njihove promene. Dijagramski prikaz zavisnosti promene izlaznih od promene ulaznih vrednosti je dat na slici 2.6.4.



Slika 2.6.4 Promena izlazne veličine u zavisnosti od vrednosti ulaza

Drugim rečima, ovakvu funkcionalnu vezu, koja postoji između promene ulazne i izlazne veličine, je potrebno da nauči veštačka neuronska mreža ne samo tokom obučavanja već i u odnosu na podatke koji će se nalaziti u grupi za testiranje različitih arhitektura veštačkih neuronskih mreža. Jasno je da funkcionalna promena izlazne veličine, prikazana na slici 2.6.4, može biti aproksimirana i jednostavnom matematičkom funkcijom, bez primene veštačkih neuronskih mreža. Međutim, upravo je cilj ovog zadatka pokazati kako, inače, jednostavnu funkciju možemo aproksimirati i primenom veštačkih neuronskih mreža. Ne samo to, još važnije od toga je pokazati na koji način određeni parametri veštačke neuronske mreže, kao što je arhitektura mreže, broj neurona po slojevima, funkcija prenosa, izabrani algoritam učenja itd., utiču na izlazne performanse mreže u pogledu predviđanja uticaja promene ulazne veličine na izlaz iz posmatranog tehničkog sistema.

- Izbor arhitektura mreža i algoritma učenja

Po završetku pripremnih postupaka u vezi sa formiranjem skupa (seta) podataka za obuku, validaciju i testiranje, potrebno je izabrati arhitekture veštačkih neuronskih mreža koje će biti

obučavane i testirane u pogledu funkcionalne aproksimacije rada posmatranog tehničkog sistema. Najbolja arhitektura veštačkih neuronskih mreža koja opisuje odnosno funkcionalno aproksimira rad posmatranog sistema nije poznata unapred. Potrebno je, za isti set podataka za obučavanje i validaciju, analizirati više različitih arhitektura veštačkih neuronskih mreža kako bismo pronašli optimalnu arhitekturu mreže za dati algoritam obuke i izabrane funkcije prenosa u mreži. Arhitektura veštačkih neuronskih mreža se definiše na osnovu broja ulaza, broja izlaza, broja skrivenih slojeva, broja neurona u okviru svakog od skrivenih slojeva pojedinačno i vrste funkcije prenosa između pojedinih slojeva. Jasno je da se variranjem bilo kojeg od ovih parametara dobijaju različite performanse odnosno sposobnosti veštačke neuronske mreže da generalizuje (uopšti) posmatranu funkcionalnu vezu.

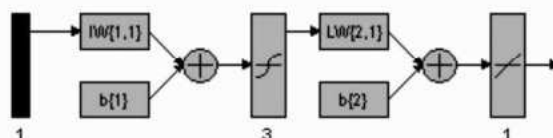
Radi lakšeg rada sa arhitekturama veštačkih neuronskih mreža, svaku arhitekturu ćemo označavati na način kako je to do sada široko prihvaćeno. Šema označavanja veštačkih neuronskih mreža se često daje u obliku  $N_x [a]_L N_y$ , gde je:  $N_x$  – broj ulaza u mrežu,  $N_y$  – broj izlaza iz mreže,  $a$  – označava broj neurona u skrivenom sloju, a  $L$  – broj skrivenih slojeva. Na primer, dvoslojnu veštačku neuronsku mrežu sa tri neurona u prvom i dva neurona u drugom skrivenom sloju, koja ima jedan ulaz i jedan izlaz, moguće je označiti kao 1 [3-2]<sub>2</sub> 1. Da bismo ilustrovali postupak pronalaženja optimalne arhitekture mreže, za dati algoritam obuke i izabrane funkcije prenosa, u ovom zadatku biće analizirane sledeće mrežne arhitekture pomoću softverskog paketa MatLab:

1. jednoslojne mreže:  
1 [1]<sub>1</sub> 1; 1 [3]<sub>1</sub> 1; 1 [5]<sub>1</sub> 1 i 1 [8]<sub>1</sub> 1;
2. dvoslojne mreže:  
1 [1-1]<sub>2</sub> 1; 1 [3-2]<sub>2</sub> 1; 1 [5-2]<sub>2</sub> 1 i 1 [8-4]<sub>2</sub> 1;
3. troslojne mreže:  
1 [2-2-2]<sub>3</sub> 1; 1 [4-3-2]<sub>3</sub> 1; 1 [8-3-2]<sub>3</sub> 1 i 1 [8-4-3]<sub>3</sub> 1.

Svaka od 12 izabranih različitih arhitektura veštačkih neuronskih mreža biće obučavana pomoću 4 različita algoritma učenja: Levenberg-Marquardt (LM), Bayesian Regulation (BR), Resilient Backpropagation (RP) i Gradient Descent (GDX) algoritmom.

- Obučavanje

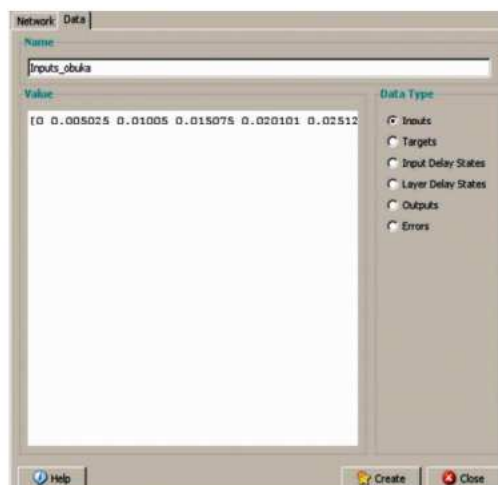
Pre početka obučavanja izabrane arhitekture veštačke neuronske mreže potrebno je izvršiti izbor i usaglasiti parametre obuke sa izabranim algoritmom učenja. Ovi parametri su: način izračunavanja greške, maksimalno dozvoljena vrednost greške tokom obučavanja, način prikazivanja izlaznih rezultata, itd. U svrhu demonstracije tog postupka izabrana je jednostavna arhitektura veštačke neuronske mreže sa jednim ulazom, jednim izlazom, jednim skrivenim slojem sa tri neurona, sigmoidnom funkcijom prenosa u skrivenom sloju i linearnom funkcijom prenosa u izlaznom sloju (slika 2.6.5). Mreža je obučavana pomoću Levenberg-Marquardt algoritma učenja.



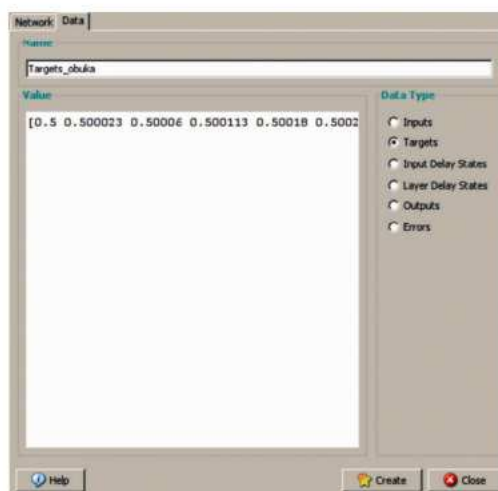
Slika 2.6.5 Shematski prikaz arhitekture veštačke neuronske mreže 1 [3]<sub>1</sub> 1 u programskom paketu MatLab

Matrice ulaznih i izlaznih podataka se formiraju u programskom paketu MatLab unošenjem podataka raspoređenih prema formi definisanoj u tabelama 2.6.2 i 2.6.3 (videti slike 2.6.6 i 2.6.7). S obzirom da imamo jedan ulaz i da za tu ulaznu veličinu imamo izmerenih ukupno 200 podataka, od kojih ćemo 160 iskoristiti za obučavanje veštačkih neuronskih mreža, format ulazne matrice za obuku je  $1 \times 160$ . Na slici 2.6.6 su prikazane vrednosti (prvih 6 ulaza) posmatrane ulazne veličine. Analogno tome, kao što je dato na slici 2.6.7 i u tabeli 2.6.3, matrica izlaza za obuku mora da ima isti format, tj.  $1 \times 160$ . Sa slike 2.6.8 se mogu videti parametri veštačke neuronske mreže koje je potrebno definisati u odnosu na izabranu vrstu mreže. Treba doneti odluku da li je mreža sa prostiranjem signala unapred ili unazad (feed-forward, feed-back, itd.), formirati set ulaznih i izlaznih podataka za obučavanje, izabrati vrstu algoritma učenja, izabrati način prikazivanja greške, izabrati broj skrivenih slojeva, broj neurona u svakom skrivenom sloju kao i funkcije prenosa. U donjem delu slike 2.6.8

označene su opcije za izbor broja neurona za svaki od skrivenih slojeva i odgovarajuće funkcije prenosa za taj sloj.



Slika 2.6.6 Formiranje matrice ulaznih podataka za obuku *Inputs\_obuka*

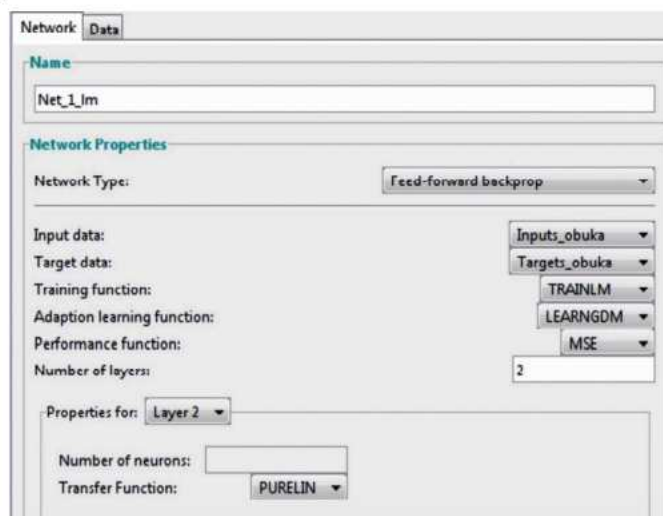


Slika 2.6.7 Formiranje matrice izlaznih podataka za obuku *Targets\_obuka*

Pored parametara određenih prema slici 2.6.8, potrebno je definisati još nekoliko važnih parametara (slika 2.6.9). To su broj epoha (*epochs* – označava zadati broj iteracija tokom procesa obuke) i željena minimalna vrednost greške tokom obučavanja (*goal*). Proces obučavanja prestaje ukoliko broj iteracija tokom obuke dostigne vrednost definisanu parametrom *epochs* i/ili ako greška obuke padne ispod vrednosti definisane pomoću parametra *goal*. Ostali parametri na slici 2.6.9 zavise od izabranog algoritma učenja. Za izabrani algoritam učenja, ukoliko je vrednost gradijenta koji ostvaruje mreža tokom obuke manja od zadate minimalne vrednosti *min\_grad* ili ako je vreme trajanja procesa obuke duže od onog definisanog parametrom *time*, dolazi do prekida obuke. Parametar *max fail* je povezan sa tehnikom ranog zaustavljanja procesa obuke. Koristi se za određivanje trenutka kada je potrebno zaustaviti proces obuke, a u slučaju kada se greška validacije povećava tokom uzastopnih iteracija čiji je broj definisan ovim parametrom (u ovom primeru je to 5 iteracija). Parametar *mu* označava početnu vrednost skalara  $\mu$  u Hesijanovoj matrici. Ova vrednost se množi sa *mu\_dec* kad god se greška obučavanja smanji za određenu vrednost. Kada se greška obučavanja poveća za određenu vrednost, parametar *mu* se tada množi sa *mu\_inc*. Ukoliko parametar *mu* postane veći od *mu\_max* proces obuke se zaustavlja. Parametar *mem\_reduc* se koristi za kontrolu veličine memorije koju algoritam koristi. Parametar *show* definiše broj epoha (svakih 25 epoha u ovom slučaju) posle kojeg će se prikazivati vrednosti trenutne greške i svih drugih zahtevanih

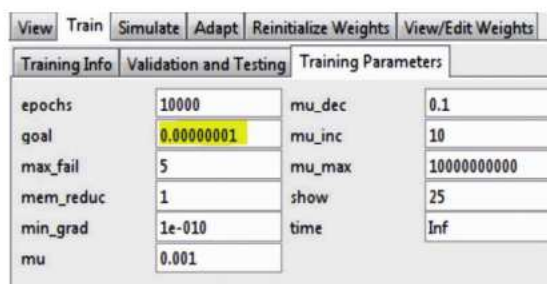


parametara u toku procesa obuke.

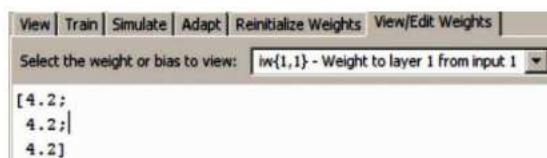


Slika 2.6.8 Izbor parametara veštačke neuronske mreže Net\_1\_lm

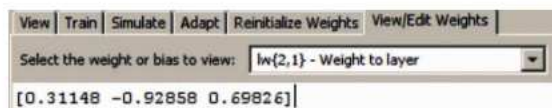
Pre početka obuke veštačkih neuronskih mreža, a po određivanju željene arhitekture mreža, potrebno je definisati početne vrednosti težinskih odnosa u mreži. Težinski odnosi (koeficijenti) se mogu generisati na slučajan način ili njihovim direktnim unošenjem. Težinski odnosi u veštačkoj neuronskoj mreži moraju biti inicijalizovani kako bi se obezbedila startna pozicija za njen trening ili optimizaciju [24]. Pored slučajne raspodele težinskih odnosa može se koristiti i uniformna ili Gausova raspodela. Na izabranom primeru jednoslojne arhitekture veštačke neuronske mreže prikazani su setovi inicijalnih (početnih) težinskih odnosa za skriveni sloj i za izlazni sloj (videti slike 2.6.10 i 2.6.11) koji su generisani slučajnim izborom vrednosti težinskih odnosa. Matrica težinskih odnosa je određena arhitekturom mreže odnosno brojem ulaza, brojem izlaza, brojem skrivenih slojeva i brojem neurona u svakom sloju. Pošto u ovom slučaju obučavamo veštačku neuronsku mrežu čija je arhitektura  $1 \times 1$ , matrica težinskih odnosa za skriveni sloj u mreži (slika 2.6.10) je formata  $3 \times 1$ . Matrica težinskih odnosa za izlazni sloj (slika 2.6.11) je formata  $1 \times 3$ .



Slika 2.6.9 Podešavanje parametara obuke veštačke neuronske mreže

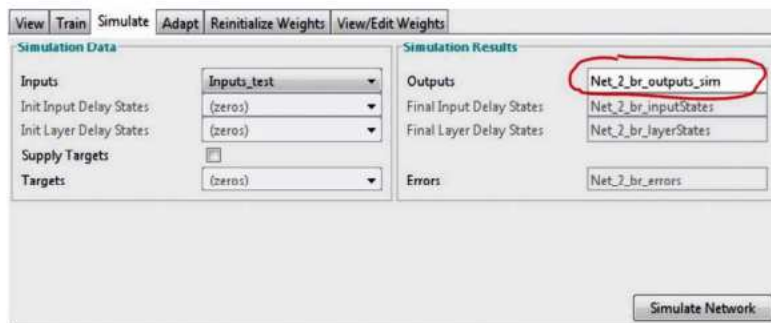


Slika 2.6.10 Set težinskih odnosa za skriveni sloj pre početka procesa obuke



Slika 2.6.11 Set težinskih odnosa za izlazni sloj pre početka procesa obuke

Kada se izaberu vrednosti težinskih odnosa i bias-a (dodatni neuron koji predstavlja ulaznu veličinu koja je konstantno aktivna i može imati različite vrednosti intenziteta - praga aktivacije) u veštačkoj neuronskoj mreži, mreža je spremna za obučavanje. Tokom obuke težinski odnosi i bias-i se iterativno podešavaju sa ciljem smanjenja greške koju veštačka neuronska mreža pravi na izlazu iz mreže posle svake iteracije obuke (epohe). Prema slici 2.6.8, izabrani način izračunavanja greške je srednje kvadratno odstupanje (MSE - *Mean Squared Error*) postignuto između izlaza koje generiše mreža i izlaznih podataka koji su saopšteni mreži kao željeni. Posle zadovoljavajućeg obučavanja, odnosno postizanja željenog nivoa greške tokom obučavanja, ali i greške u odnosu na test set podataka, veštačka neuronska mreža bi trebalo da generalizuje način uticaja posmatranih ulaznih veličina na promenu izlaza. Prezentovanje mreži novih, njoj potpuno nepoznatih, ulaznih podataka vrši se, prema programskom paketu MatLab, u posebnom odeljku za simulaciju (slika 2.6.12).



Slika 2.6.12 Simulacija rada obučene veštačke neuronske mreže

Obučavanjem i testiranjem svake od 12 izabranih arhitektura veštačkih neuronskih mreža sa svakim od 4 izabrana algoritma učenja razvijeno je ukupno 48 različitih modela (neuronski modeli) u cilju funkcionalne aproksimacije rada datog sistema. Prilikom obuke, između ulaza i skrivenih slojeva je korišćena sigmoidna funkcija prenosa čiji je oblik dat preko izraza (2.6.4):

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \quad (2.6.4)$$

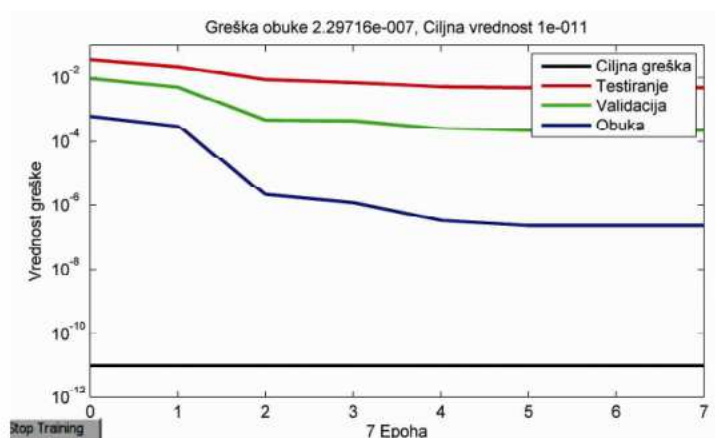
Između skrivenog sloja i izlaznog je korišćena linearna funkcija prenosa, videti izraz (2.6.5):

$$f(x) = x \quad (2.6.5)$$

- Uticaji parametara obuke mreže na njene izlazne performanse

Zadata - ciljna vrednost greške tokom obučavanja mreže je iznosila  $1 \cdot 10^{-11}$  (slika 2.6.9). Obuka mreže se prekida ukoliko greška obučavanja dostigne ovu unapred zadatu vrednost [20]. Na primeru izabranih arhitektura neuronskih mreža obučavanih istim algoritmom učenja (u ovom slučaju Levenberg-Marquardt algoritmom) ilustrovan je uticaj promene pojedinih parametara koji definišu arhitekturu mreže. Tok obuke jednoslojnih neuronskih mreža obučavanih Levenberg-Marquardt (LM) algoritmom prikazan je na slikama 2.6.13 – 2.6.16. Na slici 2.6.13 je prikazan tok obuke, validacije i testiranja jednoslojne veštačke neuronske mreže (1 [1]<sub>1</sub> 1) kao i njene ostvarene performanse u toku prvih 7 epoha u odnosu na podatke koji se nalaze u setu za obuku, validaciju i testiranje. Evidentno je sa slike 2.6.13 da već posle 6 epoha nije postojala promena (smanjenje) greške obučavanja ove veštačke neuronske mreže krajnje jednostavne arhitekture. Prema [20], stepen obučenosti veštačke neuronske mreže se može pratiti na osnovu promene (krive) greške obučavanja, kao što je to dato na slici 2.6.13.

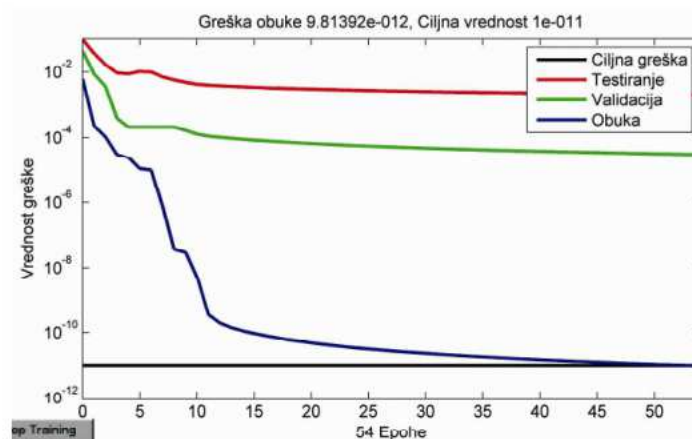
Što je vrednost greške obučavanja niža nivo obučenosti mreže je veći. U najvećem broju slučajeva, proces obuke može biti prekinut u trenutku kada greška validacije i/ili greška u odnosu na test set podataka počinje da raste ili ako dođe do zarobljavanja mreže u nekom od lokalnih minimuma.



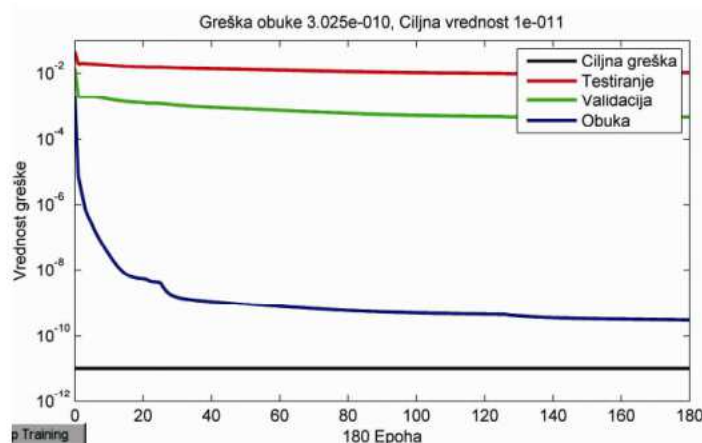
Slika 2.6.13 Tok obuke, validacije i testiranja veštačke neuronske mreže 1 [1]<sub>1</sub> 1 obučavane LM algoritmom

Na osnovu postignute vrednosti greške testiranja, koja je u ovom slučaju iznosila  $1,32763 \cdot 10^{-2}$ , moguće je donositi zaključke o sposobnosti generalizacije mreže. Kao što je dato na slici 2.6.13, moguće je paralelno pratiti stepen obučenosti mreže, izražen kroz trenutnu vrednost greške obuke, ali i stepen generalizacije mreže preko ostvarene greške u odnosu na podatke koji se nalaze u setu za testiranje. Smatra se da je mreža dobro obučena kada su greška obuke i greška validacije vrlo male i bliske jedna drugoj [24]. Na slici 2.6.14 je prikazan tok obuke jednoslojne mreže sa tri neurona u skrivenom sloju 1 [3], 1.

Povećanjem broja neurona u skrivenom sloju sa 1 na 3 evidentno je da mreža u tom slučaju postiže veći nivo obučenosti (slika 2.6.14). Proces obuke je prekinut u trenutku kada je greška učenja dostigla zadatu ciljnu vrednost. Sa slike 2.6.14 se vidi da, iako je dostignuta zadata vrednost greške obučavanja, to automatski ne znači i da je postignuta zadovoljavajuća vrednost greške u odnosu na podatke koji se nalaze u setu podataka za testiranje. Često se zadata - željena vrednost greške obučavanja namerno snižava, više nego što je u stvari potrebno, kako bismo što više smanjili grešku koja se postiže u odnosu na podatke koji služe za testiranje mreže. Naravno, u tome treba biti vrlo oprezan s obzirom da bismo time mogli izazvati preobučenosť mreže. U ovom slučaju (slika 2.6.14) veštačka neuronska mreža je postigla željenu vrednost greške tokom obuke, ali je velika razlika između greške u obuci i greške koja postoji u odnosu na podatke koji se nalaze u setu za testiranje. Slika 2.6.15 ilustruje tok obuke i postignute performanse mreže 1 [5], 1 obučavane LM algoritmom.



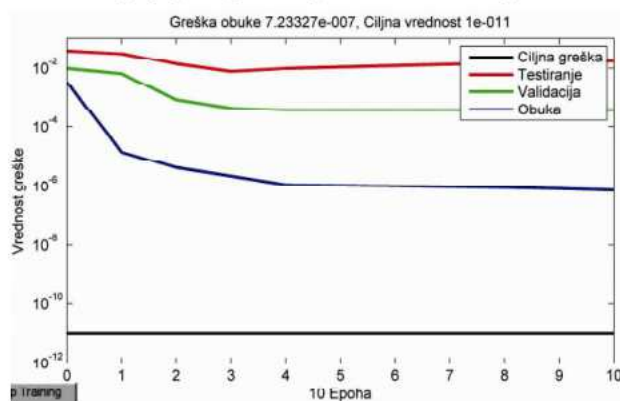
Slika 2.6.14 Tok obuke, validacije i testiranja mreže mreže 1 [3], 1 obučavane LM algoritmom



Slika 2.6.15 Tok obuke, validacije i testiranja mreže 1 [5], 1 obučavane LM algoritmom

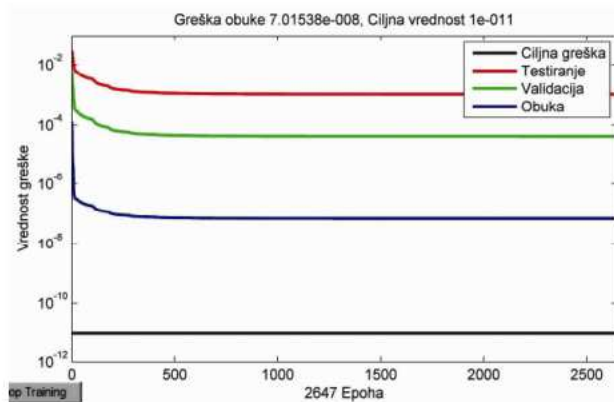
U ovom slučaju (slika 2.6.15) sa povećanjem broja neurona u skrivenom sloju, sa 3 na 5, veštačka neuronska mreža postiže niži nivo obučenosti u odnosu na mrežu sa tri neurona u skrivenom sloju. Greške u odnosu na validacioni i test set podataka imaju relativno bliske vrednosti. Minimalna greška testiranja je bila  $4,93452 \cdot 10^{-2}$ . U poređenju sa svim ostalim jednoslojnim mrežama, koje su obučavane

Levenberg-Marquardt algoritmom, mrežna arhitektura sa 8 neurona u skrivenom sloju pokazuje najlošije rezultate u pogledu stepena obučenosti i sposobnosti generalizacije (slika 2.6.16). Očigledno je da sa povećanjem broja neurona u skrivenom sloju, u datim uslovima obuke zadate arhitekture mreže, dolazi do pogoršanja njenih performansi. Veličina uticaja broja neurona u mreži na njene izlazne performanse predviđanja zavisi od načina inicijalizacije početnih težinskih odnosa u mreži a time i od njihovih početnih vrednosti. Greška koja se pravi u odnosu na test set podataka je ostala relativno bliska onoj vrednosti koja je postignuta u prethodnom slučaju.



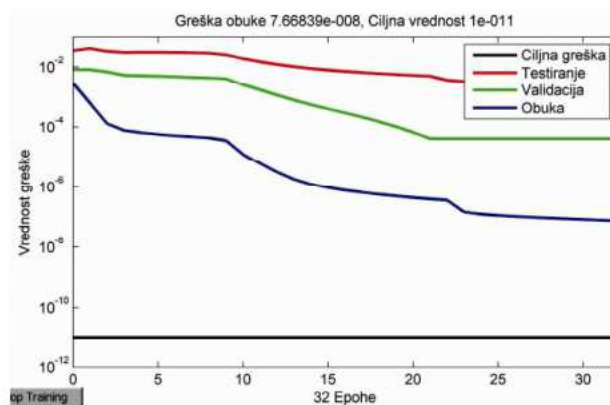
Slika 2.6.16 Tok obuke, validacije i testiranja mreže 1 [8], 1 obučavane LM algoritmom

Uticaj povećanja broja skrivenih slojeva veštačkih neuronskih mreža za iste ulazne i izlazne podatke je jako važan. Ukoliko broj skrivenih slojeva povećamo sa jedan na dva i ukoliko koristimo isti algoritam učenja (LM), na slici 2.6.17 je prikazan tok obuke, validacije i testiranja jednostavne dvoslojne veštačke neuronske mreže sa po jednim neuronom u prvom i drugom skrivenom sloju.



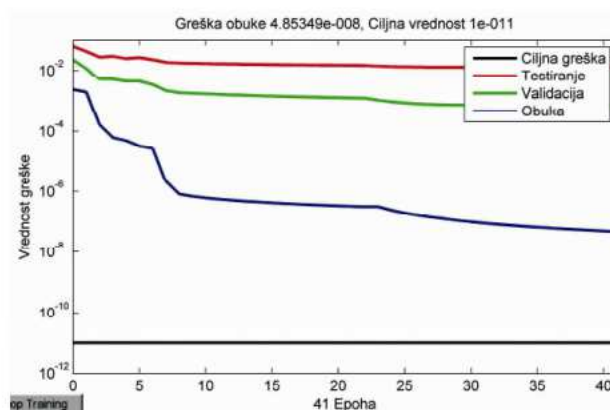
Slika 2.6.17 Tok obuke, validacije i testiranja mreže 1 [1-1]<sub>2</sub> 1 obučavane LM algoritmom

Kao što se vidi sa slike 2.6.17, greška učenja, validacije u testiranja je blago opadala samo u prvih nekoliko epoha. Međutim, ova mreža, s obzirom na njen mali kapacitet predstavljen brojem neurona u skrivenim slojevima, nije ni mogla da obezbedi ozbiljniji rezultat u pogledu stepena obučenosti odnosno daljeg kvaliteta predviđanja. Postignuta greška u odnosu na test set podataka je bila  $9,67521 \cdot 10^{-4}$ . Tok obuke, validacije i testiranja dvoslojne mreže sa 3 neurona u prvom i 2 neurona u drugom skrivenom sloju, obučavane LM algoritmom, je prikazan na slici 2.6.18.



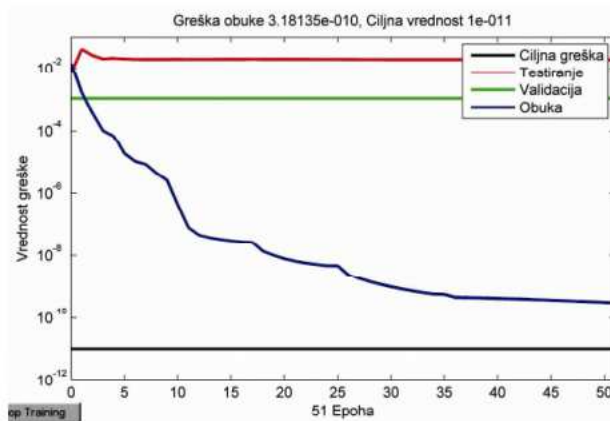
Slika 2.6.18 Tok obuke, validacije i testiranja mreže 1 [3-2]<sub>2</sub> 1 obučavane LM algoritmom

Nivo obučenosti i performanse mreže su nešto bolji nego u prethodnom slučaju (videti sliku 2.6.17). Slika 2.6.19 ilustruje uticaj povećanja broja neurona u prvom skrivenom sloju, sa 3 na 5, na izlazne performanse mreže.



Slika 2.6.19 Tok obuke, validacije i testiranja mreže 1 [5-2]<sub>2</sub> 1 obučavane LM algoritmom

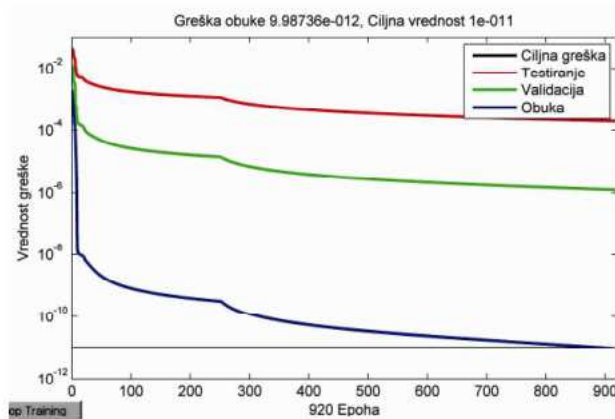
Mreža u ovom slučaju pokazuje viši nivo obučenosti nego prethodno razmatrana arhitektura mreže, ali je sposobnost generalizacije mreže i dalje daleko od onoga što je postavljeno kao cilj. Četvrta po redu dvoslojna mrežna arhitektura sadrži 8 neurona u prvom i 4 neurona u drugom skrivenom sloju (slika 2.6.20).



Slika 2.6.20 Tok obuke, validacije i testiranja mreže 1 [8-4]<sub>2</sub> 1 obučavane LM algoritmom

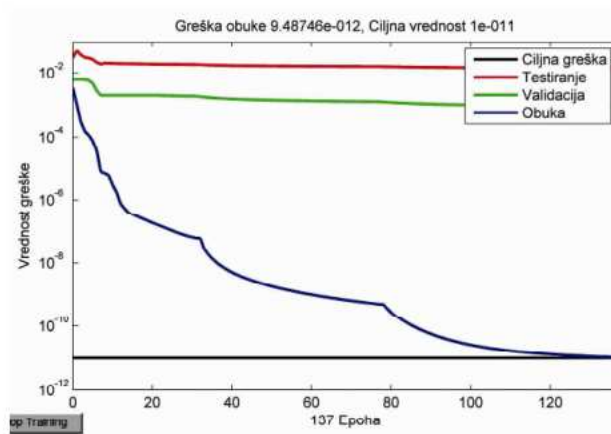
Na osnovu slike 2.6.20 se može doneti zaključak da je mreža u ovom slučaju ostvarila relativno visok nivo obučenosti u odnosu na sve ostale dvoslojne arhitekture veštačkih neuronskih mreža. Međutim, sa slike 2.6.20 se vidi i da su greške validacije i testiranja veštačke neuronske mreže i dalje nezadovoljavajuće. Prema [24], ukoliko se greška validacionog seta podataka izrazito razlikuje od greške učenja i ima relativno visoku vrednost, to može ukazivati i na pretreniranost mreže. Drugim rečima, ovakva arhitektura veštačke neuronske mreže ima daleko veće mogućnosti nego što je to u ovom slučaju potrebno. To za posledicu može da ima relativno dobro učenje mreže, ali i lošiju sposobnost generalizacije odnosno uopštavanja načina uticaja promene ulaza na promenu posmatrane izlazne veličine. Tok obuke i ostvarene performanse mrežnih arhitektura sa tri skrivena sloja obučavanih LM algoritmom prikazani su na slikama 2.6.21 – 2.6.23. Prva u nizu je veštačka neuronska mreža 1 [2-2-2]<sub>3</sub> 1 koja sadrži po dva neurona u svakom od skrivenih slojeva. Tok obuke ove mrežne arhitekture je prikazan na slici 2.6.21. Obuka je zaustavljena u trenutku dostizanja ciljne vrednosti greške obučavanja.

Posmatranjem toka krivih greška ostvarenih tokom 137 epoha (slika 2.6.22), koje su bez značajnih naglih fluktuacija, ukazuje na dobru obučenost mreže. Nivo generalizacije, posmatrano u odnosu na ostvarenu grešku testiranja, je znatno viši nego u svim prethodnim slučajevima (minimalna greška testiranja je iznosila  $3,67291 \cdot 10^{-4}$ ). U slučaju povećanja broja neurona u prvom skrivenom sloju na 4 a u drugom skrivenom sloju na 3, greška učenja kod mrežne arhitekture 1 [4-3-2]<sub>3</sub> 1 brže konvergira zadatoj ciljnoj vrednosti, a postignuti nivo obučenosti je dosta visok (videti sliku 2.6.22). Međutim, evidentno je da je veći broj neurona u prvom i drugom skrivenom sloju uzrokovao pad sposobnosti generalizacije mreže. Prema [24], previše neurona dovodi do povećanja stepena slobode mreže tj. njenog kapaciteta u odnosu na potrebni stepen slobode koji zahteva razmatrani problem. Tok obuke troslojne mrežne arhitekture 1 [8-3-2]<sub>3</sub> 1, gde je broj neurona u prvom skrivenom sloju 8, u drugom skrivenom sloju povećan je na 4, a treći skriveni sloj sada ima 3 neurona, prikazan je na slici 2.6.23. Stepenn obučenosti je bolji, ali ne i sposobnost generalizacije mreže koja i dalje nije zadovoljavajuća.

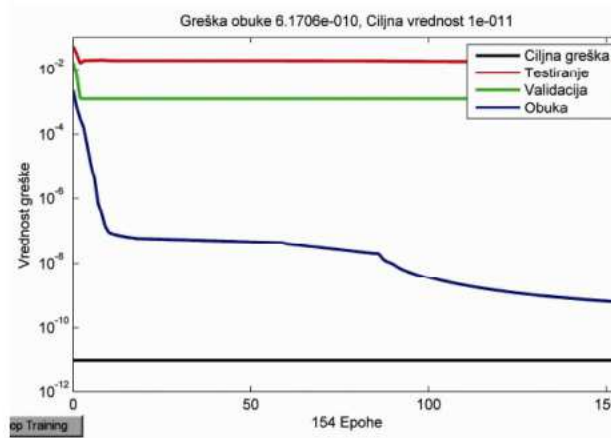


Slika 2.6.21 Tok obuke, validacije i testiranja mreže 1 [2-2-2]<sub>3</sub> 1 obučavane LM algoritmom





Slika 2.6.22 Tok obuke, validacije i testiranja mreže 1 [4-3-2]<sub>3</sub> 1 obučavane LM algoritmom

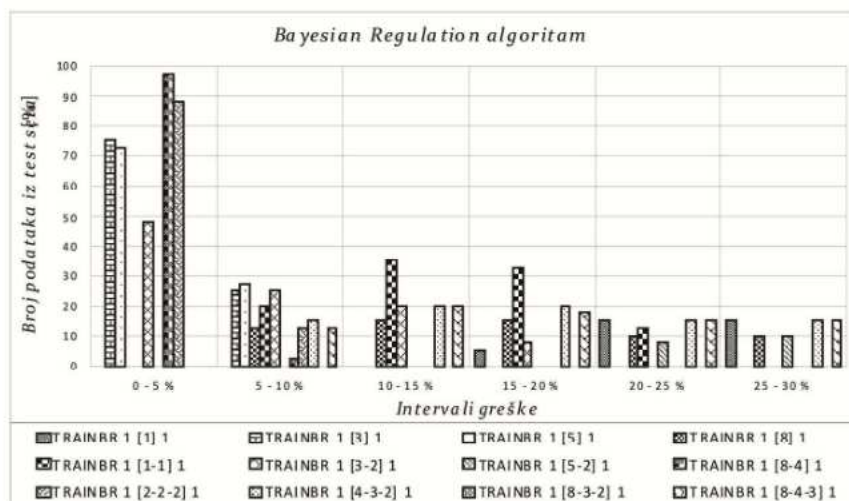


Slika 2.6.23 Tok obuke, validacije i testiranja mreže 1 [8-4-3]<sub>3</sub> 1 obučavane LM algoritmom

- Ocena kvaliteta predviđanja neuronskih modela

Kvalitet predviđanja posmatranih 48 neuronskih modela, dobijenih obučavanjem 12 različitih mrežnih arhitektura sa 4 različita algoritma učenja, može se odrediti na osnovu procentualno izražene razlike između realnih (željenih) i predviđenih vrednosti na izlazu iz veštačke neuronske mreže (podaci koji pripadaju test setu podataka). Analizu kvaliteta predviđanja veštačkih neuronskih mreža je moguće uraditi na različite načine u zavisnosti od tipa problema koji se rešava i željene preciznosti predviđanja. U našem slučaju je greška predviđanja promene izlaznih vrednosti iz posmatranog tehničkog sistema, za vrednosti koje se nalaze u test setu podataka, podeljena na šest intervala (0–5%; 5–10%; 10–15%; 15–20%; 20–25%; 25–30%), kao što je to dato na slici 2.6.24. Na osnovu postignutih (izračunatih) vrednosti grešaka, između realnih i predviđenih vrednosti izlaza, određen je broj predviđenih rezultata koji pripada svakom od ovih intervala greške predviđanja. Mreže su grupisane u okviru odgovarajućeg algoritma za obuku.

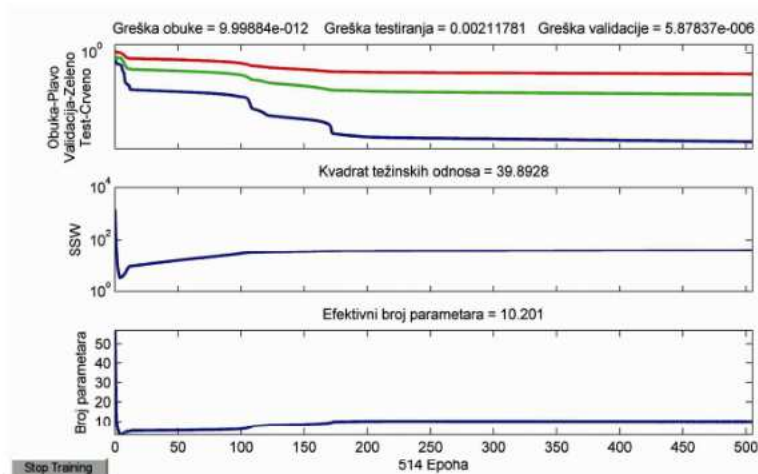
Analizom sposobnosti predviđanja posmatranih neuronskih modela, najbolje rezultate predviđanja je pokazala grupa neuronskih mreža koje su obučavane sa Bayesian Regulation algoritmom (slika 2.6.24). Na osnovu slike 2.6.24 može se videti da se dvoslojna veštačka neuronska mreža, sa osam neurona u prvom i četiri neurona u drugom skrivenom sloju (mreža 1 [8-4]<sub>2</sub> 1), posebno ističe sa čak 97,5% predviđenih rezultata u prvom intervalu gde je greška testiranja između 0 i 5% (2,5% predviđenih rezultata je sa greškom predviđanja koja se nalazi u intervalu između 5 i 10%).



Slika 2.6.24 Kvalitet predviđanja veštačkih neuronskih mreža obučavane Bayesian Regulation algoritmom

Sprovedena analiza neuronskih modela ukazuje na to da je ovaj neuronski model (mrežna arhitektura 1 [8-4]<sub>2</sub> 1 obučavana Bayesian Regulation algoritmom) u stanju da ostvari preslikavanje ulaznih u izlazne podatke sa visokim stepenom tačnosti. Na taj način ovaj neuronski model najbolje funkcionalno aproksimira rad posmatranog sistema odnosno predviđa uticaj promene ulazne veličine na izlazne performanse posmatranog tehničkog sistema. Na slici 2.6.25 je prikazan tok obuke, validacije i testiranja veštačke neuronske mreže čija je arhitektura označena kao 1 [8-4]<sub>2</sub> 1.

Kao što se može videti sa slike 2.6.25, jedna od važnih karakteristika Bayesian Regulation algoritma učenja je da on obezbeđuje praćenje nekoliko parametara koji oslikavaju rad mreže. U ovom slučaju, u trenutku prekida obuke, mreža približno koristi 10 parametara od ukupno 57 težinskih odnosa i bias-a u mreži. Efektivni broj parametara mreže bi trebao da ostane približno isti bez obzira koliko se poveća ukupni broj parametara mreže. To podrazumeva da je mreža obučavana tokom dovoljnog broja iteracija kako bi se osigurala konvergencija. Smatra se da je algoritam obuke konvergirao ukoliko su suma kvadrata grešaka (SSE) i suma kvadrata težinskih odnosa (SSW) relativno konstantni nakon nekoliko uzastopnih iteracija. U izrazima 2.6.6 – 2.6.8 su date matrice težinskih odnosa na kraju procesa obuke veštačke neuronske mreže čija je arhitektura označena kao 1 [8-4]<sub>2</sub> 1.



Slika 2.6.25 Tok obuke, validacije i testiranja veštačke neuronske mreže 1 [8-4]<sub>2</sub> 1 obučavane sa Bayesian Regulation algoritmom

Vrednosti težinskih odnosa za prvi skriveni sloj na kraju procesa obuke:

$$W^1 = \begin{bmatrix} 0.1087 \\ -0.4970 \\ -0.0397 \\ 0.12382 \\ -0.1717 \\ -0.5273 \\ 0.1257 \\ -0.22831 \end{bmatrix}$$

(2.6.6)

Vrednosti težinskih odnosa za drugi skriveni sloj na kraju procesa obuke:

$$W^2 = \begin{bmatrix} 0.039592 & -0.013857 & 0.0015952 & 0.018909 & -0.022771 & -0.0046469 & 0.011796 & -0.023 \\ 0.052155 & -0.13678 & -0.14401 & -0.039752 & 0.072085 & 0.01289 & -0.076619 & 0.1376 \\ -0.62072 & 1.0932 & 0.74588 & -0.53269 & 0.47587 & 0.71165 & -0.22238 & -0.0514 \\ 0.68665 & -0.080152 & -0.25446 & 0.67349 & -0.76688 & -0.83321 & 0.49536 & -0.57797 \end{bmatrix} \quad (2.6.7)$$

Vrednosti težinskih odnosa za izlazni sloj na kraju procesa obuke:

$$W^3 = [0.12533 \ -0.78427 \ -4.1748 \ -0.9387]$$

(2.6.8)

U izrazima 2.6.9 – 2.6.11 su date matrice bias-a na kraju procesa obuke veštačke neuronske mreže 1 [8-4]<sub>2</sub>. Vrednosti bias-a za prvi skriveni sloj na kraju procesa obuke su:

$$b^1 = \begin{bmatrix} 0.18121 \\ 1.6113 \\ 0.27869 \\ 0.25926 \\ -0.35601 \\ -0.48162 \\ 0.15053 \\ -0.25694 \end{bmatrix}$$

(2.6.9)

Vrednosti bias-a za drugi skriveni sloj na kraju procesa obuke:

$$b^2 = \begin{bmatrix} 0.11963 \\ -0.59647 \\ 0.56272 \\ 0.88602 \end{bmatrix}$$

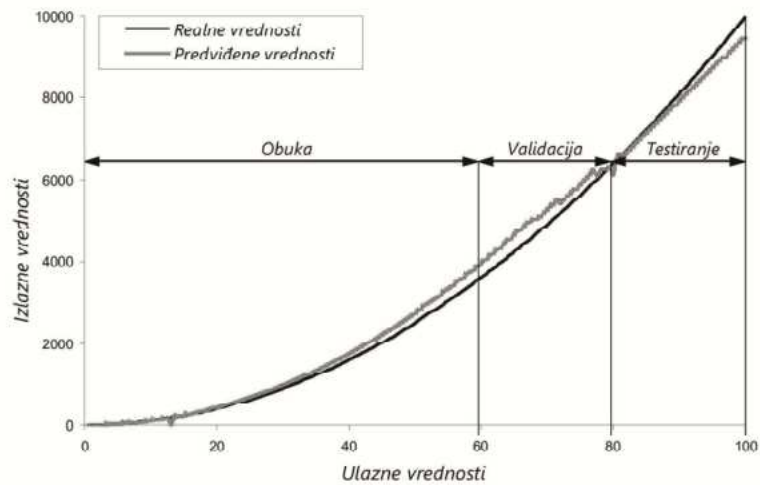
(2.6.10)

Vrednosti bias-a za izlazni sloj na kraju procesa obuke:

$$b^3 = [3.0767]$$

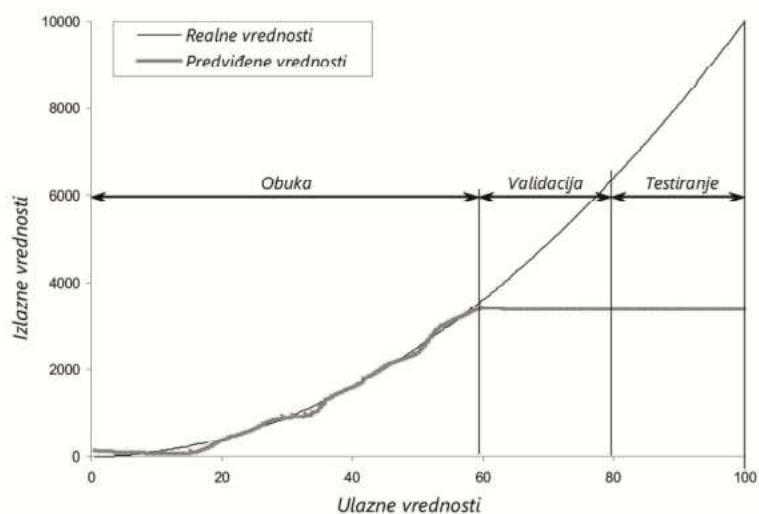
(2.6.11)

Na slici 2.6.26 je prikazana promena realnih izlaza iz posmatranog tehničkog sistema i izlaza predviđenih od strane neuronskog modela čiji je tok obuke prikazan na slici 2.6.25.



Slika 2.6.26 Realni i predviđeni izlazi od strane neuronskog modela (mrežna arhitektura 1 [8-4]<sub>2</sub> 1 obučavana Bayesian Regulation algoritmom)

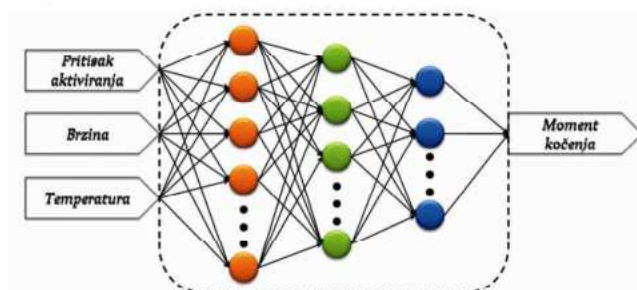
Poređenja radi, na slici 2.6.27 je dat uporedni prikaz promene realnih izlaza i izlaza predviđenih od strane neuronskog modela, u slučaju kada su predviđeni izlazi iz veštačke neuronske mreže nezadovoljavajući (troslojna mrežna arhitektura  $1 [8-3-2]_3 1$  u kombinaciji sa Gradient Descent (GD) algoritmom za obuku). Kao što se vidi na slici 2.6.27, iako je ovaj neuronski model pokazivao dobre performanse tokom obučavanja, sposobnosti ovog neuronskog modela da predvidi izlaze iz posmatranog sistema, u odnosu na podatke koji se nisu nalazili u grupi podataka za obuku pa time i bili nepoznati mreži, su izrazito nepovoljne. Na osnovu slike 2.6.27 se može zaključiti da je veštačka neuronska mreža dobro naučila, ali nije uopšte generalizovala na koji način promena ulazne veličine utiče na promenu izlaza iz posmatranog sistema.



Slika 2.6.27 Realni i predviđeni izlazi u zavisnosti od promene ulaza – veštačka neuronska mreža  $1 [8-3-2]_3 1$  obučavana Gradient Descent algoritmom

**2.4. ZADATAK BR. 8:** Za disk kočnicu putničkog vozila poznatih karakteristika potrebno je razviti neuronski model maksimalnih performansi koje ostvaruje ova kočnica u uslovima tzv. hladne kočnice ( $T \leq 100^\circ\text{C}$ ) kada se pritisak aktiviranja kočnice menja u intervalu od 20 – 100 bar, a početna brzina kočenja u intervalu od 20 – 100 km/h?

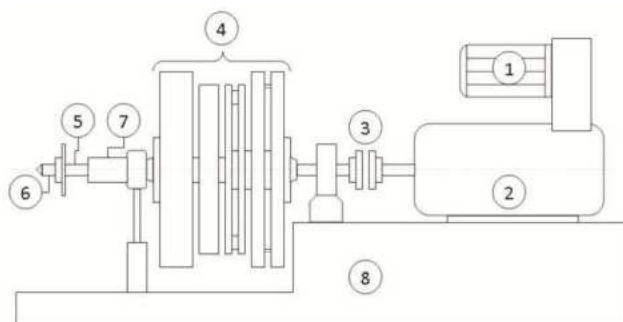
Razvoj neuronskog modela performansi kočnice podrazumeva predviđanje složenih sinergijskih uticaja pritiska aktiviranja kočnice, početnih brzina kočenja i temperature u kontaktu frikcionog para (kontakt diska kočnice i frikcionog materijala) [44,45]. Neuronski model performansi disk kočnice, predstavljen pomoću veštačke neuronske mreže, je prikazan na slici 2.8.1. Sa slike 2.8.1 se vidi da je potrebno pomoću veštačkih neuronskih mreža razviti model koji će moći da predvidi promenu momenta kočenja koji ostvaruje disk kočnica u zavisnosti od promene pritiska aktiviranja kočnice, početne brzine kočenja i temperature. Interval promene temperature je definisan zadatkom pošto se traže performanse kočnice u uslovima tzv. hladne kočnice, a to znači da temperatura u kontaktu frikcionog para ne prelazi  $100^\circ\text{C}$ . Ove performanse kočnice se često nazivaju maksimalne performanse (eng. *cold performance*).



Slika 2.8.1 Shematski prikaz neuronskog modela performansi disk kočnice

- Ulazni podaci

Razvoj neuronskog modela performansi zahteva dovoljan broj eksperimentalnih podataka vezanih kako za ulazne tako i za promenu izlazne veličine iz modela. Sprovođenje eksperimenta u razvoju neuronskih modela je izuzetno važno zbog toga što su eksperimentalni podaci nosioci informacija o složenim međusobnim uticajima između promena posmatranih ulaznih i izlaznih veličina. Zbog toga je jedan od najvažnijih koraka u razvoju neuronskih modela izbor uređaja (opreme) za generisanje podataka koji će kasnije biti korišćeni za obuku veštačkih neuronskih mreža. Vrednosti ulaznih i izlaznih veličina mogu biti izmerene direktno na vozilu ili mogu biti izmerene u laboratorijskim uslovima (na probnim stolovima). U ovom slučaju podaci koji se odnose na početnu brzinu kočenja, pritisak aktiviranja kočnice, temperaturu u kontaktu frikcionog para i moment kočenja su dobijeni merenjem na inercionom probnom stolu za ispitivanje kočnica u pravoj srazmeri, čiji je shematski prikaz dat na slici 2.8.2. Odluka da se merenje svih posmatranih veličina izvrši na inercionom probnom stolu je vezana za činjenicu da budući kvalitet predviđanja neuronskog modela u visokom stepenu zavisi od toga da li su obezbeđeni uslovi za ponovljivo simuliranje traženih radnih uslova kočnice.



Slika 2.8.2 Inercioni probni sto za ispitivanje kočnica u pravoj srazmeri

Sa slike 2.8.2 se vidi da motor (1) koji, preko prenosnika (2) i gumeno elastične spojnice (3), pokreće grupu od šest različitih zamajnih masa (4) čime se obezbeđuje potreban moment inercije odnosno kinetička energija vozila koja pripada posmatranoj kočnici tokom kretanja vozila. Zamajci se mogu nezavisno okretati oko vratila (5). Prirubnica (6) je kruto spojena sa vratilom (5) i nosi obrtni element kočnice (disk) dok se nepokretno cilindrično ležište (7), koje je kruto spojeno sa postoljem (8), koristi za pričvršćivanje nepokretnih delova kočnice (kočne stegne). Disk kočnica putničkog vozila je ispitivana u skladu sa metodologijom ispitivanja koja obuhvata nekoliko različitih testova (videti tabelu 2.8.1). Primenjena metodologija ispitivanja obezbeđuje da se merenjem utvrde relevantne uticajne veličine koje će poslužiti za kasnije modeliranje performansi posmatrane kočnice u odnosu na sinergiju uticaja pritiska aktiviranja, početne brzine i temperature. Kao što se vidi u tabeli 2.8.1, utvrđivanje tzv. maksimalnih performansi se vrši pre i posle testova koji podrazumevaju zagrevanje kočnice. Zbog toga su u metodologiji ispitivanja (tabela 2.8.1) predviđena četiri testa maksimalnih performansi i to uvek pre i posle testova opadanja i obnavljanja efikasnosti disk kočnice. Uslovi pod kojima je ispitivana posmatrana disk kočnica su dati u tabeli 2.8.1. Radni režimi u kojima će disk kočnica biti ispitivana na probnom stolu (videti tabelu 2.8.1) se značajno menjaju u pogledu promene pritisaka aktiviranja kočnice, početnih brzina kočenja i temperature u kontaktu frikcionog para. Kako bi se uvažili uticaji visokih temperaturnih opterećenja disk kočnice na njene kasnije postignute maksimalne performanse (kada se kočnica ohladi na  $T \leq 100^{\circ}\text{C}$ ) potrebno je tokom razvoja neuronskog modela maksimalnih performansi disk kočnice uzeti u obzir i performanse disk kočnice koje je ona postigla na visokim temperaturama u kontaktu frikcionog para. Prema tabeli 2.8.1 pre svih testova se sprovodi test razrađivanja kočnice kako bi se kočnica dovela u stanje da može da ostvari svoje maksimalne performanse.

Tabela 2.8.1 Metodologija ispitivanja

Test br.	Test	Pritisak aktiviranja (bar)	Početna brzina (km/h)	Temperatura (°C)	Broj kočenja
1.	Razrađivanje	40	90	<100	150
2.	Maksimalne performanse (1,3)	20-100	20-100	<100	25
3.	Opadanje efikasnosti (1,2,3)	Odgovara usporeju od 3 m/s <sup>2</sup> na prvom kočenju	90	Otvoreno	15
4.	Obnavljanje efikasnosti (1,2,3)	20-100	20-100	Posle 3 min hlađenja (na 300 °/min) nakon testa br 3.	25
5.	Maksimalne performanse (2,4)	20-100	20-100	<100	25

Kao što se vidi iz tabele 2.8.1, struktura raspoloživih podataka za obučavanje i testiranje veštačkih neuronskih mreža je takva da ukupan broj raspoloživih podataka čini: 100 ulazno/izlaznih parova koji se odnose na maksimalne performanse, 45 parova koji se odnose na opadanje efikasnosti disk kočnice i 75 parova koji se odnose na obnavljanje efikasnosti disk kočnice (ukupno 220 podataka). Obučene veštačke neuronske mreže, odnosno tako dobijeni neuronski modeli, biće testirani u odnosu na podatke (25 vrednosti) koji su dobijeni u testu maksimalne performanse (4), test pod rednim brojem 5 (tabela 2.8.1). Imajući u vidu redosled sprovođenja testova, prema utvrđenoj metodologiji ispitivanja (tabela 2.8.1), razvoj neuronskog modela maksimalnih performansi disk kočnice u sebi sadrži i vrlo složene uticaje temperaturnih opterećenja kočnice (u testovima opadanja i obnavljanja efikasnosti) na njene izlazne performanse.

- Raspodela raspoloživih podataka

U okviru ulaznog seta podataka je raspoloživo ukupno 220 podataka koji su dobijeni merenjem ulaznih vrednosti pritiska aktiviranja, početne brzine, temperature i odgovarajuće izlazne vrednosti (moment kočenja). Od ukupno 220 podataka, 170 je korišćeno za obučavanje, a ukupno 50 podataka je korišćeno za testiranje veštačkih neuronskih mreža. Struktura ovih 50 podataka, koji se nalaze u test setu podataka, je takva da je čine 25 podataka o maksimalnim performansama kočnice u testu maksimalne performanse 4, 10 podataka iz testa opadanje efikasnosti 3 i 15 podataka iz testa obnavljanje efikasnosti 3. U cilju ilustracije vrednosti maksimalnih performansi disk kočnice (testovi maksimalne performanse 1,2,3 i 4; tabela 2.8.1), u tabeli 2.8.2 su date vrednosti ulaznih i isto toliko izlaznih vrednosti (100 podataka) o maksimalnim performansama disk kočnice dobijene ispitivanjem disk kočnice prema usvojenoj metodologiji ispitivanja.

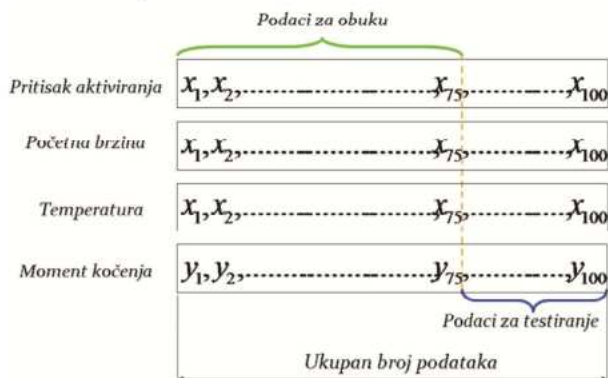
Tabela 2.8.2 Izmerene vrednosti ulaza i odgovarajuće vrednosti izlazne veličine

Vrednosti pritiska aktiviranja (bar)
--------------------------------------



21,2 20,7 20,6 20,8 20,2 43,5 43,4 40,9 40,8 41 60,4 61 60,9 61,3 61,7 79,7 80,7 80,7 80,8 80,7 95,5 98,6 95,2 99,9 100 22,9 22,7 22,7 22,3 22,5 41,6 41,5 41,5 41,3 41,6 60,9 61,6 61,7 62 61,8 79,1 80,7 81,1 81,7 81,3 89,1 97,8 99,5 100 94 22 21,8 21,8 21,7 21,3 41,5 41,4 41,2 41,1 41 62,3 63,7 63,7 63,5 63,2 78,5 80 80,5 80,8 81,3 97,5 98,5 100 100 98,2 21,4 20,8 20,5 20,4 20,4 42,1 42 41,9 41,8 41,8 58,5 58,9 58,7 58,7 58,8 79,3 79,8 79,6 79,9 80,2 97,8 99,8 99,9 92,6 98,6
<i>Vrednosti početne brzine (km/h)</i>
20,3 40,3 60,2 80 100,1 20,5 40,3 60,3 80 100,1 20,8 40 60,2 80 100,1 20,5 40,5 60,3 80,3 100,1 20,5 40,3 60,2 80 100,1 20,6 40,3 60,3 80 99,7 20,1 40,3 60,3 79,7 99,7 20,3 40,3 60,2 79,7 100,1 20,8 40,5 60,3 80 100,1 20,8 40,5 60,5 80 99,7 20,3 40,3 60,3 79,7 99,7 20,8 40,2 60,3 80,3 99,7 19,8 40,2 60,3 80,3 99,7 20,5 40,5 60,5 80 100 20 40,5 60,3 80 100,1 20 40,5 60 80 100,4 20,3 40,9 60,5 80 100,1 20,1 40,3 60,3 80 99,7 20,3 40,5 60 79,7 100,1 20,3 40,5 60,3 80,3 100,1
<i>Vrednosti temperature u kontaktu frikcionog para (°C)</i>
79 81 86 98 96 99 93 90 87 92 99 92 88 87 98 99 92 87 89 98 99 84 84 86 99 83 88 97 95 95 98 92 95 95 92 99 92 90 95 90 91 86 95 94 95 99 92 98 96 90 92 100 98 115 95 98 83 83 99 101 99 92 90 112 95 99 87 96 99 95 99 91 96 98 93 24 28 42 64 95 98 81 85 106 94 99 82 91 100 97 93 96 99 96 93 99 93 99 95 95
<i>Vrednosti momenta kočenja (Nm)</i>
322 329 324 288 317 676 642 594 573 570 1003 931 883 869 846 1260 1209 1160 1109 1054 1440 1417 1322 1332 1298 414 418 424 422 393 801 771 780 762 743 1180 1120 1098 1068 1035 1425 1371 1340 1321 1290 1542 1594 1563 1613 1406 342 355 359 317 342 734 685 671 658 627 1101 1053 1017 960 978 1330 1332 1264 1211 1239 1549 1520 1523 1507 1433 287 301 317 338 308 725 710 726 685 705 1101 1027 980 938 904 1298 1279 1223 1199 1198 1572 1566 1487 1372 1417

U tabeli 2.8.2 su date vrednosti ulaza i izlaza prema redosledu kako su one merene. Svakoj grupi od tri vrednosti ulaznih veličina (pritisak, brzina i temperatura) odgovara jedna vrednost izlaza. Kao što se vidi sa slike 2.8.3, u setu podataka za obuku veštačkih neuronskih mreža, podaci koji se odnose na maksimalne performanse kočnice su tako raspoređeni da je uzeto prvih 75 podataka (po 25 ulazno/izlaznih parova iz testova maksimalne performanse 1,2 i 3, respektivno). Set podataka za testiranje čini preostalih 25 vrednosti koje odgovaraju testu maksimalnih performansi 4 (slika 2.8.3). Ne treba zaboraviti da se pored ovih podataka u setu podataka za obučavanje nalazi još 35 podataka o performansama kočnice u testu opadanje efikasnosti 1,2 i 3 kao i 60 podataka o performansama kočnice u testovima obnavljanje efikasnosti 1,2 i 3. Cilj je razviti opšti neuronski model performansi disk kočnice koji će u ovom zadatku biti testiran samo u odnosu na podatke koji predstavljaju maksimalne performanse disk kočnice. Činjenica da u setu podataka za obuku ima i podataka koji se ne odnose samo na maksimalne performanse kočnice, ukazuje na to da se želi razviti neuronski model koji će moći da pravi razliku između maksimalnih performansi disk kočnice pre i posle zagrevanja kočnice na visokim temperaturama.



Slika 2.8.3 Raspodela raspoloživih podataka koji se odnose na maksimalne performanse

- Predprocesiranje podataka

Skaliranje vrednosti pritiska aktiviranja u intervalu između 0 i 0,5 je izvršeno pomoću izraza (2.8.1). Ulazne vrednosti, skalirane prema izrazima (2.8.1), (2.8.2) i (2.8.3), su prikazane u tabeli 2.8.3.

$$x_{skal} = 0 + \frac{x_{tren} - 20,2}{100 - 20,2} \cdot (0,5 - 0) \quad (2.8.1)$$

Vrednosti početne brzine su, takođe, skalirane u istom intervalu (0 do 0,5) i to prema izrazu (2.8.2):

$$x_{skal} = 0 + \frac{x_{tren} - 19,8}{100 - 19,8} \cdot (0,5 - 0) \quad (2.8.2)$$

Vrednosti temperature su skalirane u istom intervalu od 0 do 0,5, prema izrazu (2.8.3):

$$x_{skal} = 0 + \frac{x_{tren} - 24}{346 - 24} \cdot (0,5 - 0) \quad (2.8.3)$$

Tabela 2.8.3 Skalirane ulazne vrednosti

Pritisak aktiviranja								
0,006266	0,003133	0,002506	0,003759	0	0,14599	0,145363	0,129699	0,129073
0,130326	0,25188	0,255639	0,255013	0,257519	0,260025	0,372807	0,379073	0,379073
0,379699	0,379073	0,471805	0,491228	0,469925	0,499373	0,5	0,016917	0,015664
0,015664	0,013158	0,014411	0,134085	0,133459	0,133459	0,132206	0,134085	0,255013
0,259398	0,260025	0,261905	0,260652	0,369048	0,379073	0,381579	0,385338	0,382832
0,431704	0,486216	0,496867	0,5	0,462406	0,011278	0,010025	0,010025	0,009398
0,006892	0,133459	0,132832	0,131579	0,130952	0,130326	0,263784	0,272556	0,272556
0,271303	0,269424	0,365288	0,374687	0,37782	0,379699	0,382832	0,484336	0,490602
0,5	0,5	0,488722	0,007519	0,003759	0,00188	0,001253	0,001253	0,137218
0,136591	0,135965	0,135338	0,135338	0,239975	0,242481	0,241228	0,241228	0,241855
0,370301	0,373434	0,37218	0,37406	0,37594	0,486216	0,498747	0,499373	0,453634
0,491228								
Početna brzina								
0,003102	0,127171	0,25062	0,373449	0,498139	0,004342	0,127171	0,251241	0,373449
0,498139	0,006203	0,12531	0,25062	0,373449	0,498139	0,004342	0,128412	0,251241
0,37531	0,498139	0,004342	0,127171	0,25062	0,373449	0,498139	0,004963	0,127171
0,251241	0,373449	0,495658	0,001861	0,127171	0,251241	0,371588	0,495658	0,003102
0,127171	0,25062	0,371588	0,498139	0,006203	0,128412	0,251241	0,373449	0,498139
0,006203	0,128412	0,252481	0,373449	0,495658	0,003102	0,127171	0,251241	0,371588
0,495658	0,006203	0,126551	0,251241	0,37531	0,495658	0	0,126551	0,251241
0,37531	0,495658	0,004342	0,128412	0,252481	0,373449	0,497519	0,001241	0,128412
0,251241	0,373449	0,498139	0,001241	0,128412	0,24938	0,373449	0,5	0,003102
0,130893	0,252481	0,373449	0,498139	0,001861	0,127171	0,251241	0,373449	0,495658
0,003102	0,128412	0,24938	0,371588	0,498139	0,003102	0,128412	0,251241	0,37531
0,498139								
Temperatura								

0,085404	0,088509	0,096273	0,114907	0,111801	0,11646	0,107143	0,102484	0,097826	0,10559	0,11646	0,10559	0,099379	0,097826	0,114907	0,11646	0,10559	0,097826	0,100932	0,114907	0,11646	0,093168	0,093168	0,096273	0,11646	0,091615	0,099379	0,113354	0,110248	0,110248	0,114907	0,10559	0,110248	0,110248	0,10559	0,102484	0,110248	0,102484	0,104037	0,096273	0,110248	0,108696	0,110248	0,11646	0,10559	0,114907	0,111801	0,102484	0,10559	0,118012	0,114907	0,141304	0,110248	0,114907	0,091615	0,091615	0,11646	0,119565	0,11646	0,10559	0,102484	0,136646	0,110248	0,11646	0,097826	0,111801	0,11646	0,110248	0,11646	0,104037	0,111801	0,114907	0,107143	0	0,006211	0,02795	0,062112	0,110248	0,114907	0,088509	0,09472	0,127329	0,108696	0,11646	0,090062	0,104037	0,118012	0,113354	0,107143	0,111801	0,11646	0,111801	0,107143	0,11646	0,107143	0,11646	0,110248	0,110248
----------	----------	----------	----------	----------	---------	----------	----------	----------	---------	---------	---------	----------	----------	----------	---------	---------	----------	----------	----------	---------	----------	----------	----------	---------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	---------	----------	----------	---------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	---------	---------	----------	----------	----------	---------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	---------	----------	---------	---------	----------	----------	----------	---------	----------	----------	---------	----------	---------	----------	----------	----------	----------	---	----------	---------	----------	----------	----------	----------	---------	----------	----------	---------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	---------	----------	----------	---------	----------	---------	----------	----------

Maksimalne i minimalne vrednosti ulaznih veličina u izrazima (2.8.1), (2.8.2) i (2.8.3) se odnose na celokupni set podataka za obuku i testiranje. Izlazni podaci (vrednosti momenta kočenja) su linearizovani prema izrazu (2.8.4) za izabrani opseg promene izlaza između 0,5–0,6:

$$y_{lin} = 0,5 + \frac{x_{tren} - 179}{1613 - 179} \cdot (0,6 - 0,5) = 0,5 + \frac{(x_{tren} - 179)}{(1613 - 179)} \cdot 0,1 \quad (2.8.4)$$

Vrednosti momenta kočenja linearizovane prema izrazu (2.8.4) su date u tabeli 2.8.4. Maksimalne i minimalne vrednosti izlaznih veličina u izrazu (2.8.4) se odnose na celokupni set podataka za obuku i testiranje.

Tabela 2.8.4 Linearizovane izlazne vrednosti

Moment kočenja																																																																																																			
0,509972	0,51046	0,510112	0,507601	0,509623	0,534658	0,532287	0,52894	0,527476	0,527266	0,557462	0,552441	0,549093	0,548117	0,546513	0,575384	0,571827	0,56841	0,564854	0,561018	0,587936	0,586332	0,579707	0,580404	0,578033	0,516388	0,516667	0,517085	0,516946	0,514923	0,543375	0,541283	0,541911	0,540656	0,539331	0,569805	0,565621	0,564086	0,561994	0,559693	0,58689	0,583124	0,580962	0,579637	0,577476	0,595049	0,598675	0,596513	0,6	0,585565	0,511367	0,512273	0,512552	0,509623	0,511367	0,538703	0,535286	0,53431	0,533403	0,531241	0,564296	0,560948	0,558438	0,554463	0,555718	0,580265	0,580404	0,575662	0,571967	0,573919	0,595537	0,593515	0,593724	0,592608	0,587448	0,507531	0,508508	0,509623	0,511088	0,508996	0,538075	0,537029	0,538145	0,535286	0,536681	0,564296	0,559135	0,555858	0,552929	0,550558	0,578033	0,576709	0,572803	0,57113	0,57106	0,597141	0,596722	0,591213	0,583194	0,586332

- Izbor arhitekture mreže i algoritma učenja

U cilju pronalazjenja optimalne arhitekture mreže u ovom primeru su analizirane mrežne arhitekture (ukupno 18 različitih mrežnih arhitektura) sa jednim, dva i tri skrivena sloja:

1. jednoslojne mrežne arhitekture:  
3 [1]<sub>1</sub> 1, 3 [2]<sub>1</sub> 1, 3 [3]<sub>1</sub> 1, 3 [5]<sub>1</sub> 1, 3 [8]<sub>1</sub> 1 i 3 [10]<sub>1</sub> 1;
2. dvoslojne mrežne arhitekture:  
3 [1-1]<sub>2</sub> 1, 3 [2-2]<sub>2</sub> 1, 3 [3-2]<sub>2</sub> 1, 3 [5-2]<sub>2</sub> 1, 3 [8-4]<sub>2</sub> 1 i 3 [10-4]<sub>2</sub> 1;
3. troslojne mrežne arhitekture:

3 [2-2-2]<sub>3</sub> 1, 3 [3-2-2]<sub>3</sub> 1, 3 [4-3-2]<sub>3</sub> 1, 3 [5-3-2]<sub>3</sub> 1, 3 [8-3-2]<sub>3</sub> 1 i 3 [8-4-2]<sub>3</sub> 1.

Svaka od 18 izabranih različitih arhitektura veštačkih neuronskih mreža je obučavana pomoću šest različitih algoritama za obuku: Levenberg-Marquardt (LM), Bayesian Regulation (BR), Resilient Backpropagation (RP), Scaled Conjugate Gradient (SCG), Gradient Descent (GDX) i Quasi-Newton (BFG) algoritmom, respektivno.

U skladu sa izrazom (2.8.5), sigmoidna funkcija prenosa je korišćena između ulaza i skrivenih slojeva i između skrivenih slojeva u mreži.

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \quad (2.8.5)$$

Između skrivenog i izlaznog sloja je korišćena linearna funkcija prenosa (videti izraz (2.8.6)).

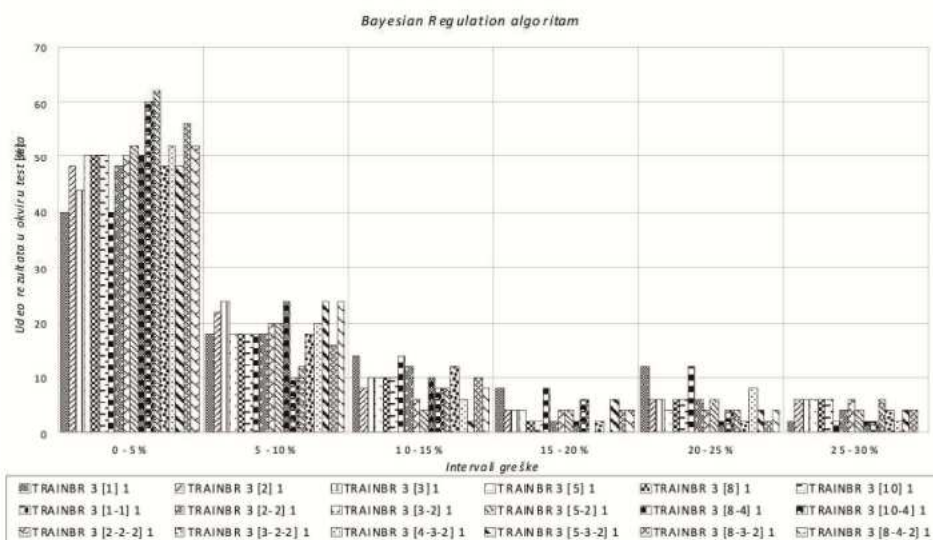
$$f(x) = x \quad (2.8.6)$$

- Ocena kvaliteta predviđanja neuronskih modela

Po završetku procesa obuke veštačkih neuronskih mreža izvršeno je njihovo testiranje u odnosu na sposobnosti tako razvijenih neuronskih modela da predvide promenu maksimalnih performansi kočnice. Kvalitet predviđanja 108 različitih neuronskih modela, nastalih obučavanjem 18 mrežnih arhitektura sa 6 različitih algoritama učenja, je izračunavan na osnovu procentualno izražene razlike između realnih i predviđenih vrednosti na izlazu (u okviru test seta podataka). Na osnovu veličine odstupanja postignutih rezultata predviđanja u odnosu na realne, uspostavljeno je šest odgovarajućih intervala greške (0–5%; 5–10%, 10–15%; 15–20%; 20–25%; 25–30%). Na osnovu izračunatih vrednosti grešaka između realnih i predviđenih vrednosti izlaza, broj predviđenih rezultata koji pripadaju svakom od ovih intervala greške je izražen (u procentima) kao deo ukupnog broja rezultata u okviru test seta podataka. Kao i u prethodnim primerima, mreže su grupisane u okviru odgovarajućeg algoritma za obuku. Uticaji različitih mrežnih arhitektura i algoritama za obuku na ukupnu sposobnost predviđanja i generalizacije neuronskih modela biće detaljno razmatrani u daljem izlaganju.

Na osnovu analize performansi predviđanja svih dobijenih neuronskih modela, najbolje rezultate predviđanja je pokazala grupa neuronskih modela koji su obučavani sa Bayesian Regulation algoritmom (slika 2.8.4). Sa slike 2.8.4 se može videti da su mreže, odnosno tako dobijeni neuronski modeli obučavani ovim algoritmom, pokazali dobre rezultate predviđanja u odnosu na realne podatke u posmatranim testovima. Osim toga, sa slike 2.8.4 se još može zaključiti da su performanse predviđanja razmatranih arhitektura neuronskih mreža (jednoslojne, dvoslojne i troslojne) relativno stabilne tj. nisu previše osetljive na promenu broja skrivenih slojeva i promenu broja neurona u svakom od njih. Kvalitet predviđanja u prvom intervalu greške (0-5%) je veoma zadovoljavajući u slučaju jednoslojnih mreža sa 3, 5, 8 i 10 neurona u skrivenom sloju.

Jednoslojne i dvoslojne mreže sa minimalnim brojem neurona u skrivenim slojevima (3 [1], 1 i 3 [1-1]<sub>2</sub> 1) imaju nepreciznije rezultate predviđanja. U skladu sa postavljenim kriterijumom, mreže obučavane pomoću Bayesian Regulation algoritma su pokazale mnogo bolje rezultate predviđanja maksimalnih performansi disk kočnice u poređenju sa svim ostalim mrežnim arhitekturama u kombinaciji sa ostalim algoritmima učenja. Dvoslojne i troslojne mreže pokazuju visoke performanse predviđanja pri čemu se troslojna mrežna arhitektura 3 [2-2-2]<sub>3</sub> 1 posebno ističe. Kao što se može zaključiti poređenjem rezultata sa slike 2.8.4, mreže obučavane ovim algoritmom (Bayesian Regulation) pokazuju znatno manju osetljivost na broj neurona u skrivenom sloju (slojevima) u poređenju sa svim ostalim algoritmima za obuku. Ovo je posebno izraženo kod dvoslojnih i troslojnih mreža. Uopšteno govoreći, a u skladu sa slikom 2.8.4, evidentno je da mreže obučavane ovim algoritmom imaju veoma stabilne performanse u pogledu predviđanja bez obzira na arhitekturu. Uporedna analiza rezultata predviđanja performansi (maksimalne performanse, opadanje i obnavljanje efikasnosti) disk kočnice postignute od strane šest najboljih neuronskih modela je prikazana u tabeli 2.8.5.



Slika 2.8.4 Performanse neuronskih modela nastalih obukom pomoću Bayesian Regulation algoritma

U skladu sa rezultatima datim u tabeli 2.8.5 može se doći do zaključka da su ukupne performanse predviđanja svih šest posmatranih neuronskih modela, u odnosu na različite algoritme obuke, na zavidnom nivou. Među njima se posebno ističe troslojna mrežna arhitektura 3 [2-2-2]<sub>3</sub> 1 obučavana sa Bayesian Regulation algoritmom, koja ima najbolju sposobnost generalizacije. Prema tome, sprovedena analiza performansi predviđanja neuronskih modela ukazuje na to da ovaj neuronski model (mreža 3 [2-2-2]<sub>3</sub> 1 obučavana Bayesian Regulation algoritmom) predstavlja, za ovaj broj i raspodelu ulazno-izlaznih podataka, najbolji neuronski model sposoban da generalizuje složenu sinergiju uticaja posmatranih ulaznih veličina. Mogućnosti ovog neuronskog modela u pogledu predviđanja performansi hladne kočnice (maksimalne performanse) biće detaljno analizirani u ovom zadatku. Ne treba zaboraviti da su, pošto su se u setu podataka za testiranje veštačkih neuronskih mreža nalazili i podaci o vrednostima momenta kočenja u testovima opadanja i obnavljanja efikasnosti disk kočnice, istovremeno sa razvojem neuronskog modela maksimalnih performansi razvijani i neuronski modeli opadanja i obnavljanja efikasnosti disk kočnice.

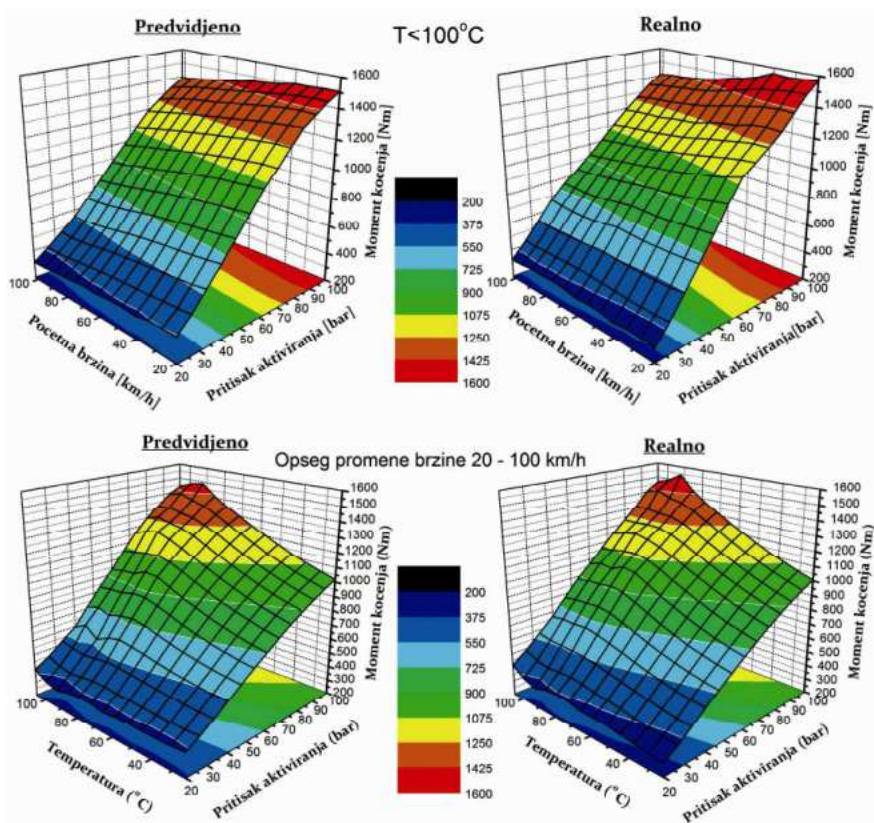
Tabela 2.8.5 Performanse neuronskih modela

Neuronski model	Intervali greške [%]					
	0 – 5	5 – 10	10 – 15	15 – 20	20 – 25	25 – 30
TRAINLM 3 [8-3-2] <sub>3</sub> 1	50,0	20,0	16,0	12,0	2,0	0,0
TRAINBR 3 [2-2-2] <sub>3</sub> 1	52,0	26,0	10,0	6,0	6,0	0,0
TRAINRP 3 [5] <sub>1</sub> 1	52,0	26,0	4,0	10,0	2,0	6,0
TRAINSCLG 3 [3-2-2] <sub>3</sub> 1	66,0	4,0	8,0	6,0	8,0	8,0
TRAINGDX 3 [8-4-2] <sub>3</sub> 1	54,0	20,0	8,0	6,0	6,0	6,0
TRAINBFG 3 [8-3-2] <sub>3</sub> 1	62,0	8,0	6,0	6,0	8,0	10,0

- Predviđanje maksimalnih performansi disk kočnice

Kao što se može videti iz tabele 2.8.1, testovi maksimalne performanse (1), (2), (3) i (4) su projektovani sa ciljem ispitivanja sinergije uticaja promene radnih režima kočnice na njene izlazne performanse u slučaju tzv. hladne kočnice ( $T < 100^{\circ}\text{C}$ ). Slike 2.8.5 do 2.8.9 daju uporedni prikaz realnih i predviđenih vrednosti momenta kočenja posmatrane disk kočnice. Pritisak aktiviranja je menjan u intervalu od 20 do 100 bar sa korakom od 20 bar (20, 40, 60, 80 i 100 bar). Za svaku vrednost pritiska aktiviranja, početna brzina je menjana, po istom principu, u intervalu od 20 do 100 km/h (20, 40, 60, 80 i 100 km/h). To znači da za svaku vrednost pritiska aktiviranja kočnice postoji pet odgovarajućih, ravnomerno raspoređenih, vrednosti početnih brzina. Pošto je posmatran istovremeni uticaj tri ulazne veličine, uporedni prikaz promene realnih performansi disk kočnice (moment kočenja), u uslovima posmatranih radnih režima kočnice, kao i onih predviđenih od strane neuronskog modela (mreža 3 [2-2-2]<sub>3</sub> 1 obučavana Bayesian Regulation algoritmom) je dat na slici 2.8.5.

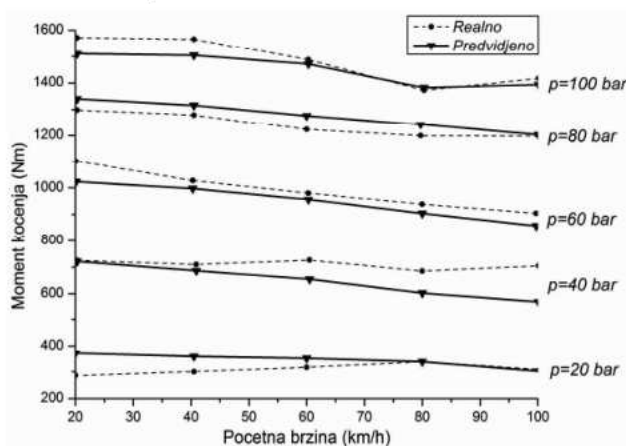
Sa slike 2.8.5 se može jasno videti da su u ovom slučaju maksimalne performanse disk kočnice relativno stabilne. Naravno, ne treba očekivati da bi i za neke druge kočnice tj. za neke druge osobine frikcionog para kočnice (disk kočnice i sklop disk pločice) bile ostvarene ovakve performanse. Da bismo još jasnije videli kako pojedini radni režimi kočnice utiču na njene performanse, 3D prikaz sa slike 2.8.5 biće rastavljen u niz 2D prikaza koji ilustruju maksimalne performanse kočnice za svaku vrednost pritiska aktiviranja kočnice i početne brzine kočenja.



Slika 2.8.5 3D prikaz predviđenih i realnih vrednosti momenta kočenja u funkciji od promene brzine, pritiska i temperature

Slika 2.8.6 daje uporedni prikaz realnog i predviđenog momenta kočenja (test maksimalne performanse 4), u zavisnosti od promene početne brzine za nekoliko vrednosti pritiska aktiviranja disk kočnice u rasponu od 20 do 100 bar. Predviđeni rezultati su dobijeni pomoću neuronskog modela čija je mrežna arhitektura 3 [2-2-2]<sub>3</sub> 1 obučavana sa Bayesian Regulation algoritmom. Kao što se može videti sa slike 2.8.6, razlika između realnih i predviđenih vrednosti se smanjuje sa povećanjem početne brzine kočenja za vrednost pritiska aktiviranja kočnice od 20 bar. Za vrednosti početne brzine

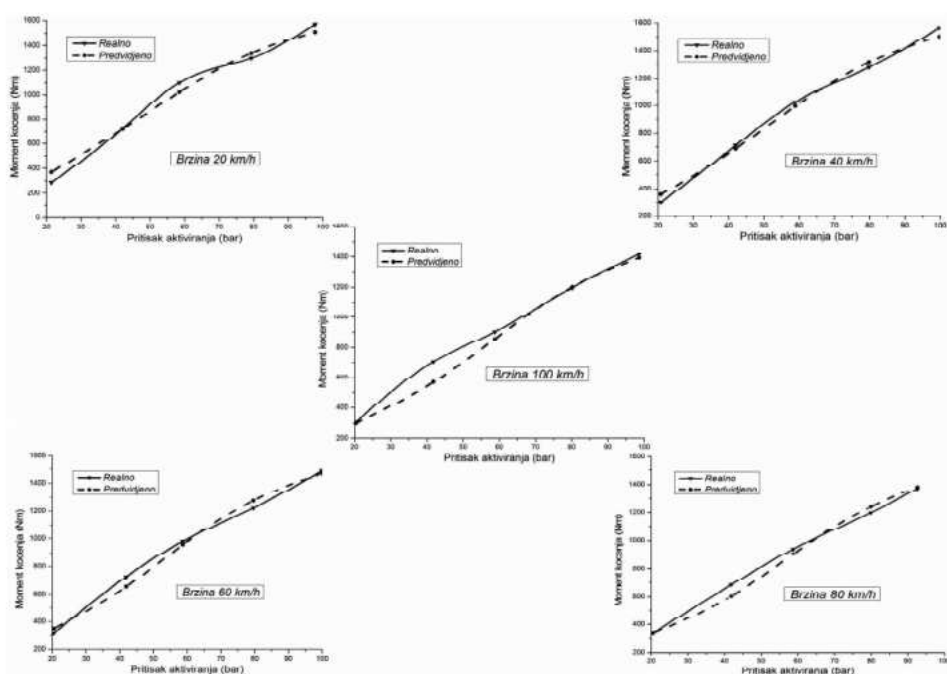
između 20 i 60 km/h i pritisak aktiviranja kočnice od 20 bar, predviđene vrednosti momenta kočenja su veće od realnih mada se sa daljim povećanjem početne brzine kočenja ta razlika smanjuje. Uporedni prikaz uticaja promene početne brzine kočenja, za vrednost pritiska aktiviranja kočnice od 40 bar, na realne i predviđene izlazne performanse kočnice je, takođe, dat na slici 2.8.6. Za početnu brzinu od 20 km/h, vrednosti realnog i predviđenog momenta kočenja se gotovo poklapaju, tj. generalizacija maksimalnih performansi od strane neuronskog modela je u tom slučaju najbolja. Povećanjem početne brzine, predviđene vrednosti odstupaju od realnih što ukazuje na to da je neuronski model lošije generalizovao uticaj promene početne brzine (u intervalu 40 – 100 km/h) na vrednost promene momenta kočenja.



Slika 2.8.6 Realne i predviđene vrednosti momenta kočenja u zavisnosti od početne brzine ( $T < 100^{\circ}\text{C}$ )



Kao što se može videti sa slike 2.8.6, sposobnost generalizacije posmatranog neuronskog modela, u slučaju kada se pritisak aktiviranja kočnice poveća na 60 bar, je veoma dobra, naročito za vrednosti početnih brzina kočenja između 40 – 100 km/h. Povećanjem početne brzine kočenja, moment kočenja se blago smanjuje. Na osnovu slike 2.8.6 se vidi da je neuronski model naučio da sa povećanjem pritiska aktiviranja disk kočnice raste i moment kočenja kao i to kako na vrednost momenta kočenja utiče istovremena promena brzine i temperature. Za vrednost pritiska od 80 bar (videti sliku 2.8.6) sposobnost predviđanja neuronskog modela je veoma slična. Posmatrajući sliku 2.8.6 (za pritisak aktiviranja kočnice od 80 bar) može se doći do zaključka da je razlika između realnih i predviđenih rezultata zanemarljivo mala. Na osnovu opšteg trenda promene predviđenih i realnih rezultata vidi se da je neuronski model uspeo veoma dobro da generalizuje sinergiju posmatranih uticaja na vrednosti momenta kočenja. Ne treba zaboraviti da je uzorak na kome je baziran razvoj ovog neuronskog modela relativno mali. Za maksimalnu vrednost pritiska aktiviranja (100 bar), razlika između realnih i predviđenih rezultata je veoma mala za vrednosti brzina između 60–100 km/h (slika 2.8.6). Rezultati predviđanja (slika 2.8.6) pokazuju da je sposobnost neuronske mreže da generalizuje uticaje posmatranih uticajnih veličina, ali i efekte uticaja visokih temperaturnih opterećenja, između testova maksimalnih performansi, na zadovoljavajućem nivou. Kvalitet predviđanja promene momenta kočenja može biti posmatran i u odnosu na promenu pritiska aktiviranja kočnice, za pojedinačne vrednosti početnih brzina kočenja (slika 2.8.7).



Slika 2.8.7 Uporedni prikaz realnih i predviđenih vrednosti momenta kočenja u zavisnosti od pritiska aktiviranja disk kočnice

Na slici 2.8.7 dat je uporedni prikaz realnih i predviđenih vrednosti promene momenta kočenja disk kočnice u zavisnosti od promene pritiska aktiviranja kočnice a za različite početne brzine kočenja. Razlike između realnih i predviđenih vrednosti momenta kočenja su relativno male što potvrđuje da je tokom obuke razvijena dobra sposobnost veštačke neuronske mreže da generalizuje sinergiju uticaja pritiska, brzina i temperatura na promenu momenta kočenja disk kočnice. Neuronski model je generalno vrlo uspešno predvideo uticaj promene pritiska aktiviranja disk kočnice osim u opsegu između 40 bar i 50 bar (za sve početne brzine kočenja osim slučaja malih brzina od 20 do 40 km/h). Na osnovu uporednog prikaza promene realnih i predviđenih vrednosti momenta kočenja na slici 2.8.7, može se doći do zaključka da je neuronski model uspešno aproksimirao funkcionalnu promenu izlaza (momenta kočenja) u zavisnosti od promene posmatranih ulaznih veličina i to sa prihvatljivo malim odstupanjima.

